

مطالعه عددی تأثیر اعمال میدان مغناطیسی و زاویه آن بر جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی کج شده با دیوارهای جانبی دما ثابت

قنبرعلی شیخ زاده*، محمد رضا بابائی و وحید رحمانی

دانشگاه کاشان، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی مکانیک

تاریخ ثبت اولیه: ۱۳۸۸/۳/۲۰، تاریخ دریافت نسخه اصلاح شده: ۱۳۸۸/۹/۱۵، تاریخ پذیرش قطعی: ۱۳۸۸/۱۲/۱۹

چکیده در این مقاله به بررسی تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جابجایی آزاد درون یک محفظه مربعی با دیوارهای جانبی دما ثابت حاوی فلز گالیم مذاب با عدد پرانتل 0.02 در حالت دائم و آرام پرداخته شده است. برای تبدیل معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری از روش حجم‌های محدود استفاده شده است. نتایج حاصله به صورت خطوط دما ثابت، خطوط جریان و خطوط گرما و همچنین نمودارهای تغییرات ضریب انتقال حرارت ارائه شده است. نتایج نشان داده‌اند که با افزایش عدد هارتمن، بخاطر تقابل نیروی لورنتز با نیروی شناوری، مقادیر سرعت درون محفظه کاهش یافته و جابجایی آزاد تضعیف می‌شود و در نتیجه ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان و ضریب انتقال حرارت کاهش می‌یابد. با اعمال یک میدان مغناطیسی مناسب می‌توان جابجایی آزاد را از بین برده و به سمت هدایت خالص پیش رفت. همچنین جابجایی تضعیف شده در اعداد هارتمن بالا، قابل محو شدن با افزایش زاویه انحراف محفظه از 0 به 90 درجه در جهت خلاف عقربه‌های ساعت می‌باشد. همچنین مشاهده شده است که کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به اعمال میدان مغناطیسی در راستای عمود بر شتاب ثقل می‌باشد.

کلمات کلیدی جابجایی آزاد، میدان مغناطیسی، محفظه کج شده، عدد ناسلت.

Numerical study of effect of applying a magnetic field on natural convection in a tilted square cavity with constant temperature sidewalls

G. A. Sheikhzadeh*, M. Babaei and V. Rahmani

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

Abstract In this paper, the effect of a magnetic field and its angle on steady and laminar natural convection in a tilted square cavity with constant temperature side walls filled with liquid gallium ($Pr=0.02$) is investigated numerically. Governing equations are discretized using the control volume method. The results are presented in the form of streamlines, isotherms, heat lines and plots of Nusselt number. The results have shown that with increasing the Hartmann number, velocity inside the cavity reduces. Thus maximum absolute value of stream function and the heat transfer coefficient decreases and free convection has been weakened. By applying a proper magnetic field (high enough), convection flow suppresses and conduction heat transfer mechanism become dominant in the cavity. The weaken convection at high magnetic field can be disappeared by increasing the inclination angle from 0 to 90 degrees CCW. Also it is observed that the minimum heat transfer rate is occurred by applying the magnetic field perpendicular to gravity.

Keywords Natural convection, Magnetic field, Tilted cavity, Nusselt number.

*عهده‌دار مکاتبات

نشانی: کاشان، بلوار قطب رواندی - دانشگاه کاشان - دانشکده مهندسی - کدپستی ۵۱۱۶۷-۸۷۳۱۷.

تلفن: - ، دورنگار: - ، پیام‌نگار: sheikhz@kashanu.ac.ir.

۱- مقدمه

اُرپر و زکلی مکانیزم رشد کریستال را در حضور میدان مغناطیسی بررسی کردند. آنها فهمیدند که میدان مغناطیسی می‌تواند جریان جابجایی طبیعی را تضعیف کند و قدرت میدان مغناطیسی یکی از عوامل مهم در نحوه شکل‌گیری کریستالهاست [۲]. رودرایاه و همکارانش تأثیر اعمال میدان مغناطیسی را بر روی جریان جابجایی آزاد درون یک محفظهٔ مربعی شکل با دیوارهای عمودی دما ثابت و دیوارهای افقی عایق برای سیالی با عدد پرانتل 0.733 به طور عددی بررسی کردند و متوجه شدند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، جریان جابجایی از بین رفته و نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد [۳]. الناجم و همکارانش میدان‌های دما و جریان را تحت اعمال یک میدان مغناطیسی در یک محفظهٔ مربعی مایل با دیوارهای عمودی دما ثابت و دیوارهای افقی عایق برای سیالی با عدد پرانتل 0.71 با استفاده از روش حجم کنترل بر اساس قاعده توانی بررسی نمودند [۴]. آنها نشان دادند که اعمال یک میدان مغناطیسی بر جریان‌های جابجایی آزاد و انتقال حرارت، برای زوایای انحراف کوچکتر و اعداد گراشرف بالاتر تأثیر بیشتری دارد. مهمت و الیف تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جریان درون محفظه‌های مربعی و مستطیلی شکل مایل را که دو دیوارهٔ همسایهٔ آن گرم و سرد و دو دیوارهٔ دیگر عایق بودند را برای سیالی با عدد پرانتل ۱ به‌طور عددی مطالعه کردند [۵]. آنها نشان دادند که زاویهٔ قرارگیری محفظه نسبت به افق، نسبت ابعاد محفظه، قدرت و جهت اعمال میدان مغناطیسی تأثیرات قابل توجهی را بر میدان جریان و انتقال حرارت می‌گذارند. شیخ زاده و همکارانش با استفاده از روش‌های عددی، یک محفظهٔ دو بعدی حاوی سیالی با عدد پرانتل 0.71 را که بخشی از دیوارهٔ راست محفظه گرم و بخشی از دیوارهٔ چپ آن سرد بود و در معرض یک میدان مغناطیسی ثابت قرار داشت را مدل‌سازی کرده و میدان دما و انتقال حرارت را مورد بررسی قرار دادند [۶]. آنها نتایج را برای مقادیر مختلف اعداد

در صنعت تولید مواد و در فرآیندهای ریخته‌گری، درون محفظه‌ای که از یک مذاب در حال انجماد پر شده است، به‌واسطهٔ وجود گرادیان‌های دما ناشی از اختلاف دمای بین دیوار جامد و مذاب، پدیدهٔ جابجایی آزاد رخ می‌دهد. وجود جریان‌های جابجایی آزاد بر روی ساختار محصول نهایی که شامل شمش، شمشه، تختال‌های فلزی بزرگ و ... می‌باشد، تأثیر گذار بوده و باعث پدیدار شدن یک ساختار غیر همگن و درشت دانه در قطعهٔ ریخته‌گری شده و مشکلاتی را برای تولیدکنندگان مواد به وجود می‌آورد. یکی از روش‌هایی که برای رفع این مشکل مورد توجه قرار گرفته است، بهره‌گیری از هیدرودینامیک مغناطیسی^۱ برای کاهش جریان جابجایی آزاد درون محفظه می‌باشد. در مبحث هیدرودینامیک مغناطیسی، به مطالعه و بررسی جریان سیال هادی الکتروسیسته در حضور میدان مغناطیسی پرداخته می‌شود. وقتی که سیال هادی الکتروسیسته و در حال حرکت در معرض یک میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، نیرویی به نام نیروی لورنتز^۲ در آن فعال می‌شود که با نیروی شناوری مقابله می‌کند، به‌طوری‌که جریان جابجایی را به واسطهٔ کاهش سرعت سیال تضعیف کرده و یا در شرایط ایده‌آل می‌تواند آنرا از بین ببرد. در نتیجه با اعمال یک میدان مغناطیسی بر مذاب درون محفظه می‌توان جریان جابجایی را کاهش داده و یک ساختار ریز دانه و همگن در محصول نهایی بوجود آورد. علاوه بر فلزات مذاب، این عمل را می‌توان بر روی گازهایی که تحت شرایط و روش‌های خاصی نظیر روش یونیزاسیون هادی الکتروسیسته شده‌اند نیز مورد بررسی قرار داد [۱]. مطالعه و درک انتقال حرارت در چنین فرآیندهایی به منظور کنترل بهتر و ایجاد کیفیت بیشتر در محصولات ساخته شده، دارای اهمیت فراوان می‌باشد. در این راستا مطالعات فراوانی صورت گرفته است که به برخی از آنها اشاره می‌شود.

¹ Magnetohydrodynamics² Lorentz force

دما ثابت پرداخته می‌شود. تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف نظیر عدد راینلی، عدد هارتمن، زاویه قرارگیری محفظه نسبت به افق و زاویه اعمال میدان مغناطیسی بر میدان جریان و میدان دما مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد.

۲- هیدرودینامیک مغناطیسی

اگر جریان سیال هادی الکتریسیته با سرعت \vec{u} در حضور میدان مغناطیسی \vec{B} رخ دهد، چگالی جریان الکتریکی، \vec{J} ، مطابق با قانون القای فارادی بوجود می‌آید [۱]:

$$\vec{J} = \sigma(-\nabla\Phi + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (۱)$$

σ ضریب هدایت الکتریکی محیط رسانا، Φ پتانسیل الکتریکی و $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}$ مجموع میدان مغناطیسی اعمالی (\vec{B}_0) و میدان مغناطیسی القایی (\vec{b}) می‌باشد. به واسطه برهمکنش چگالی جریان الکتریکی با میدان مغناطیسی، نیروی به نام نیروی لورنتز، \vec{F} ، فعال می‌شود:

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (۲)$$

نیروی لورنتز بر تمام رساناهای متحرک که در معرض میدان مغناطیسی قرار گرفته‌اند عمل می‌کند.

یکی از پارامترهای مهم در هیدرودینامیک مغناطیسی، عدد بدون بعدی به نام رینولدز مغناطیسی می‌باشد که نسبت میدان مغناطیسی القایی به میدان مغناطیسی اعمالی می‌باشد:

$$Re_m = \mu_0 \sigma u \ell \quad (۳)$$

μ_0 ضریب نفوذ پذیری محیط و ℓ طول مشخصه می‌باشد.

در رینولدزهای مغناطیسی بزرگ، میدان مغناطیسی القایی بر میدان مغناطیسی اعمالی غلبه خواهد کرد. این حالت در مبحث فیزیک نجومی که طول مشخصه‌های بزرگ نظیر فواصل بین سیارات و ... مطرح است، مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

راینلی، هارتمن و زاویه قرارگیری محفظه نسبت به افق ارائه نمودند و مشاهده کردند که قدرت میدان مغناطیسی اعمالی یکی از پارامترهای مهم در تضعیف جریان‌های جابجایی آزاد می‌باشد و با اعمال میدان مناسب می‌توان جابجایی آزاد را از بین برد. آنها همچنین دریافتند که قرارگیری محفظه در زاویه‌هایی بزرگتر از زاویه 30° درجه نسبت به افق نیز می‌تواند یک عامل مؤثر در تضعیف جریان جابجایی آزاد باشد. بابائی با استفاده از روش عددی، تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر جریان جابجایی آزاد و میدان دما در حالت پایدار و آرام درون یک محفظه دو بعدی حاوی فلز گالیم مذاب با عدد پرانتل $0.2/0$ برای محفظه‌ای با دیواره‌های جانبی دما ثابت و دیواره‌های جانبی شار حرارتی ثابت را مورد بررسی قرار داده است [۷]. در این تحقیق علاوه بر بررسی تأثیر قدرت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن) بر میدان جریان و میدان دما، تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف دیگری نظیر عدد راینلی، زاویه قرارگیری محفظه نسبت به افق و زاویه اعمال میدان مغناطیسی بر میدان جریان و میدان دما مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. وی نشان داد که با اعمال یک میدان مغناطیسی مناسب می‌توان جابجایی آزاد را از بین برده و به سمت هدایت خالص پیش رفت. همچنین جابجایی تضعیف شده در اعداد هارتمن بالا، قابل محو شدن با افزایش زاویه انحراف محفظه از 0° تا 90° درجه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌باشد. همچنین کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به اعمال میدان مغناطیسی در راستای عمود بر شتاب ثقل برای اعداد راینلی بالا می‌باشد. وی همچنین تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر خطوط گرما را مورد بررسی قرار داده‌اند.

در مقاله حاضر به بررسی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر جریان جابجایی آزاد و میدان دما در حالت پایدار و آرام درون یک محفظه دو بعدی حاوی فلز گالیم مذاب با عدد پرانتل $0.2/0$ برای محفظه‌ای با دیواره‌های جانبی

معادلات حاکم بر جریان دوبعدی، پایدار و آرام برای یک سیال هادی الکتریسته که تمام محفظه را پر کرده است نوشته می‌شود. همچنین فرض می‌شود که عدد رینولدز مغناطیسی کوچک بوده و میدان مغناطیسی القایی در برابر میدان مغناطیسی اعمالی ناچیز می‌باشد. بمنظور بیان معادلات حاکم، ابتدا باید نیروی لورنتز برحسب متغیرهای جریان و میدان مغناطیسی اعمالی محاسبه شود. با توجه به رابطه (۱) و قانون بقای بار الکتریکی ($\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$) داریم:

$$\nabla^2 \Phi = \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} \times \vec{B}) \quad (۴)$$

از طرفی میدان سرعت و میدان مغناطیسی به صورت زیر برحسب مولفه های خود در مختصات مورد نظر بیان می‌شوند:

$$\vec{u} = u\hat{e}_x + v\hat{e}_y \quad (۵)$$

$$\vec{B} = B_0 \cos \varphi \hat{e}_x + B_0 \sin \varphi \hat{e}_y$$

u مؤلفه سرعت در راستای محور x و v مؤلفه سرعت در راستای محور y و B_0 مقدار میدان مغناطیسی ثابت می‌باشد. بنابراین عبارت $\nabla^2 \Phi$ به صورت زیر برحسب متغیرهای مسئله به دست می‌آید:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (۶)$$

با توجه به اینکه تمام دیواره‌ها عایق الکتریکی هستند، تنها جواب معادله فوق $\vec{\nabla} \Phi = 0$ خواهد بود. بنابراین چگالی جریان الکتریکی به شکل زیر ساده خواهد شد:

$$\vec{J} = \sigma(\vec{u} \times \vec{B}) \quad (۷)$$

در نهایت نیروی لورنتز برحسب متغیرهای مسئله عبارت است از:

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} = \sigma B_0^2 ((v \cos \varphi \sin \varphi - u \sin^2 \varphi) \hat{e}_x + (u \cos \varphi \sin \varphi - v \cos^2 \varphi) \hat{e}_y) \quad (۸)$$

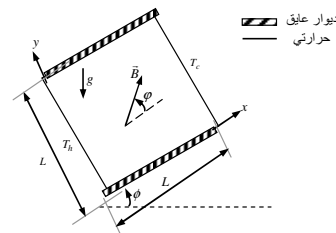
برای رینولدزهای مغناطیسی کوچک، میدان مغناطیسی اعمالی بر میدان مغناطیسی القایی غلبه می‌کند. یک نمونه از این حالت در مبحث هیدرودینامیک مغناطیسی فلزات مذاب مطرح می‌شود که سرعت‌ها و طول مشخصه‌ها کوچک است. در این حالت، میدان مغناطیسی می‌تواند میدان سرعت را بواسطه وجود نیروی لورنتز تحت تأثیر قرار دهد، اما میدان سرعت نمی‌تواند میدان مغناطیسی را تغییر دهد.

یکی از موارد کاربرد هیدرودینامیک مغناطیسی، اعمال میدان مغناطیسی بر مذاب در حال انجماد در صنعت تولید مواد می‌باشد. تضعیف جریان بواسطه تقابل نیروی لورنتز با نیروی شناوری رخ می‌دهد و در نتیجه آن انجماد به صورتی انجام می‌گیرد که ساختار شمش نهایی بهبود می‌یابد [۸].

۳- هندسه مسئله و معادلات حاکم

هندسه مسئله مورد نظر به همراه شرایط مرزی در شکل (۱) نشان داده شده است. دیواره‌های جانبی محفظه دما ثابت و دیواره‌های بالایی و پایینی عایق حرارتی می‌باشند.

در ضمن فرض می‌شود که تمام دیواره‌ها عایق الکتریکی باشند. محفظه دارای پهنا و ارتفاع L می‌باشد و زاویه آن با افق برابر با φ بوده و میدان مغناطیسی اعمالی نیز با راستای محور x زاویه φ می‌سازد.



شکل ۱. هندسه یک محفظه دو بعدی با دیواره‌های جانبی دما ثابت.

$$pr = \frac{\mu}{\rho\alpha} \quad Ha = LB_c \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

$$Ra = \frac{\rho g \beta (T_h - T_c) L^3}{\alpha \mu}$$

μ ویسکوزیته و β ضریب انبساط حرارتی سیال

می‌باشد. عدد بدون بعد هارتمن، Ha ، برابر با نسبت نیروی لورنتز به نیروی لزجت می‌باشد. در حقیقت بزرگی این عدد نشان‌دهنده قدرت میدان مغناطیسی می‌باشد. بدین ترتیب معادلات حاکم به شکل بدون بعد عبارتند از:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = Ra \cdot pr \cdot \theta \sin \phi$$

$$-\frac{\partial P}{\partial X} + pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

$$+ Ha^2 pr (V \sin \phi \cos \phi - U \sin^2 \phi)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = Ra \cdot pr \cdot \theta \cos \phi$$

$$-\frac{\partial P}{\partial Y} + pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

$$+ Ha^2 pr (U \sin \phi \cos \phi - V \cos^2 \phi)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

شرایط مرزی بدون بعد برای محفظه مورد نظر عبارتند از:

به منظور مقایسه نرخ انتقال حرارت از عدد بدون بعد

ناسلت استفاده می‌شود. ناسلت موضعی و متوسط به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$U, V = 0, \theta = 1, \partial \Phi / \partial X = 0$$

$$X = 0:$$

$$X = 1: \quad U, V = 0, \theta = 0, \partial \Phi / \partial X = 0 \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

$$Y = 0, 1: \quad U, V = 0, \partial \theta / \partial Y = 0, \partial \Phi / \partial Y = 0$$

$$Nu_y = \frac{hL}{k} = -\frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0}$$

$$\overline{Nu} = -\int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0} dY \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

بنابراین شکل نهایی معادلات حاکم شامل معادلات

پیوستگی، مومنتوم در جهت x و y و انرژی عبارتند از:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta \sin \phi (T - T_c) + \sigma B_c^2 (v \sin \phi \cos \phi - u \sin^2 \phi)$$

$$\text{رابطه (۱۱)}$$

$$\rho(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta \cos \phi (T - T_c) + \sigma B_c^2 (u \sin \phi \cos \phi - v \cos^2 \phi)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

جهت انجام مطالعات پارامتری، مناسب‌تر است که نتایج

به صورت بی بعد بررسی شوند.

شکل بدون بعد معادلات با استفاده از متغیرهای بدون

بعد استخراج می‌گردد و اعداد بی بعد مهم مشخص می‌گردد.

متغیرهای بدون بعد به صورت زیر استفاده می‌شوند:

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad U = \frac{Lu}{\alpha}$$

$$V = \frac{Lv}{\alpha} \quad P = \frac{pL^2}{\rho\alpha^2} \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$$\Psi = \frac{\psi}{\alpha}$$

که در آن x و y مختصات با بعد، L پهنای محفظه، u

و v سرعت در راستای محورهای x و y ، α ضریب پخش

حرارتی، ρ چگالی جریان، p فشار سیال می‌باشند. θ دمای

بدون بعد برای دیواره‌های دما ثابت می‌باشد و T_h و T_c دمای

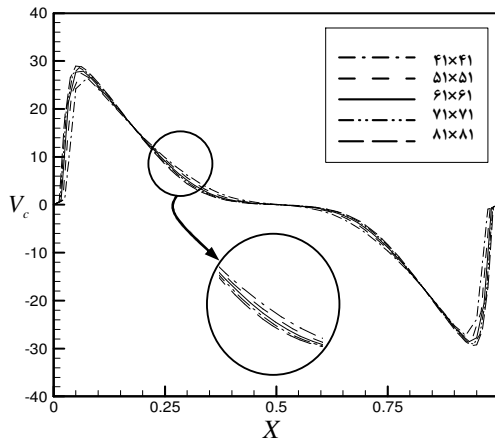
دیواره‌های گرم و سرد می‌باشند. همچنین X و Y مختصات

بدون بعد، U و V سرعت‌های بدون بعد و P فشار بدون

بعد می‌باشد. همچنین اعداد بدون بعد پرانتل، هارتمن و رایلی

که در معادلات بی بعد ظاهر می‌شوند به ترتیب عبارتند از:

شبکه ۶۱×۶۱ یک شبکه مناسب می باشد و با افزایش تعداد نقاط بیش از آن تغییر قابل ملاحظه ای در نمودار سرعت مشاهده نمی شود.



شکل ۲. تغییرات دما بر حسب X روی خط میانی محفظه به ازای چندین شبکه برای اعداد $Ra=10^5$ و $Ha=20$.

۶- بررسی عملکرد برنامه کامپیوتری

برای اطمینان از عملکرد صحیح برنامه کامپیوتری و بررسی دقت نتایج به دست آمده، برای دو حالت که نتایج آن در متون منتشر شده موجود است و به کار حاضر نزدیک است، برنامه کامپیوتری اجرا و نتایج مورد مقایسه قرار گرفته است. ابتدا نتایج کار حاضر برای جریان جابجایی آزاد درون یک محفظه که دارای دیواره های افقی عایق، دیواره سمت چپ گرم و دیواره سمت راست سرد می باشد در عدم حضور میدان مغناطیسی با نتایج باساک و روی [۱۱] مقایسه شده است. خطوط جریان و خطوط دما ثابت برای سیالی با عدد پراوتل ۰٫۷۱ در عدد رایلی 10^5 در شکل (۳) مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود، تطابق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد.

از تابع جریان به منظور مقایسه خصوصیات جریان استفاده می شود که با انتگرال گیری از روابط زیر به دست می آید:

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

تابع گرما، H ، با انتگرال گیری از یکی از روابط زیر به دست می آید [۹]:

$$\frac{\partial H}{\partial Y} = U\theta - \frac{\partial \theta}{\partial X}, \quad -\frac{\partial H}{\partial X} = V\theta - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad \text{رابطه (۲۲)}$$

۴- روش عددی

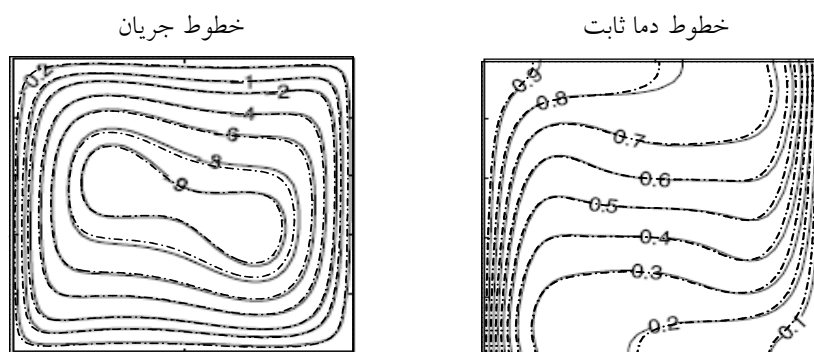
معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی به صورت عددی و با استفاده از روش حجم محدود حل شده اند. برای جداسازی جملات جابجایی از تکنیک پیوندی در شبکه جابجا شده استفاده می گردد. وابستگی میدان سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپلر برقرار می گردد و معادلات منفصل شده که کاملاً به هم وابسته می باشند از طریق روش تکرار خط به خط و ماتریس سه قطری حل می شوند. بدین منظور یک کد کامپیوتری به زبان فرترن برگرفته از کد TEACH [۱۰] تهیه شده است [۷].

۵- انتخاب شبکه مناسب

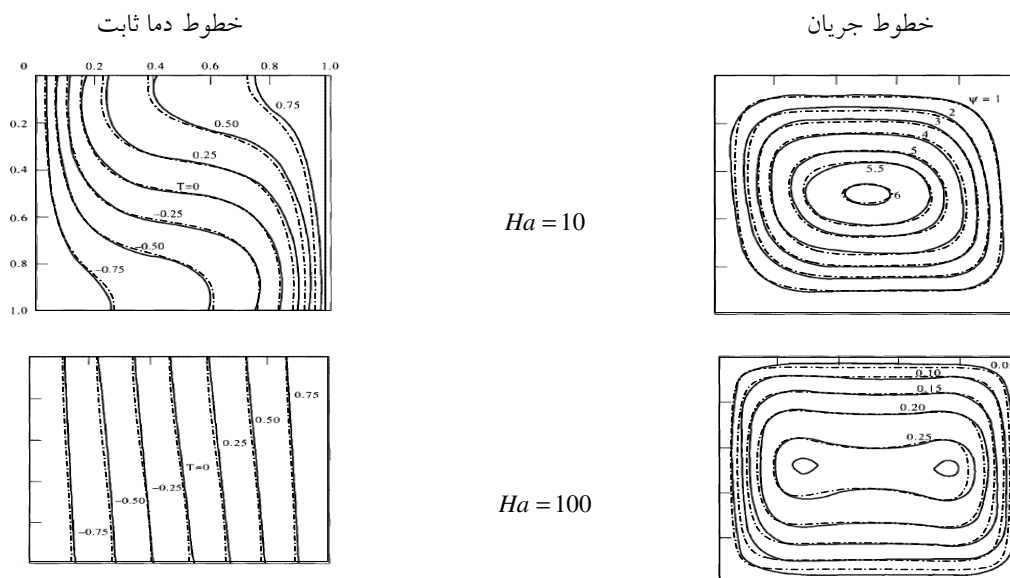
برای به دست آوردن تعداد نقاط مناسب و استقلال نتایج از شبکه، نمودار تغییرات سرعت روی خط میانی محفظه برای چندین شبکه ترسیم شده و با مقایسه آنها شبکه بهینه انتخاب می شود. شبکه های 41×41 ، 61×51 ، 61×51 ، 71×71 و 81×81 برای عدد رایلی 10^5 و عدد هارتمن ۲۰ مورد بررسی قرار گرفتند. شکل (۲) تغییرات مؤلفه عمودی سرعت روی خط میانی محفظه ($Y=0.5$)، V_c ، را بر حسب X برای شبکه های مذکور نشان می دهد. همانطور که از شکل بالا پیداست،

خطوط جریان و خطوط دما ثابت برای سیالی با عدد پراتل 0.733 در عدد گراشف 2×10^4 و اعداد هارتمن 10 و 100 در شکل (۴) مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، برای این شرایط نیز تطابق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد.

همچنین نتایج کار حاضر برای جریان جابجایی آزاد درون یک محفظه که دارای دیواره‌های افقی عایق، دیواره سمت راست گرم و دیواره سمت چپ سرد می‌باشد در حضور یک میدان مغناطیسی ثابت در راستای جاذبه با نتایج رودرایاه و همکاران [۳] مقایسه شده است.



شکل ۳. خطوط دما ثابت و خطوط جریان برای سیالی با $Pr = 0.71$ در $Ra = 10^5$ مقایسه بین نتایج حاضر (خط نقطه) و نتایج مرجع [۱۱] (خط پر).



شکل ۴. خطوط جریان و خطوط دما ثابت برای سیالی با $Pr = 0.733$ در $Gr = 2 \times 10^4$ مقایسه بین نتایج حاضر (خط نقطه) و نتایج مرجع [۳] (خط پر).

جدول ۱. مقادیر ناسلت متوسط بر روی دیواره گرم، مقایسه بین نتایج حاضر و نتایج مرجع [۳].

Gr	Ha	\overline{Nu}		
		نتایج مرجع [۳]	نتایج حاضر	درصد اختلاف
2×10^4	۰	۲,۵۱۸۸	۲,۵۰۳	۰,۶۲۷۲
	۱۰	۲,۲۲۳۴	۲,۲۱۳	۰,۴۶۷۷
	۵۰	۱,۰۸۵۶	۱,۰۸۳	۰,۲۳۹۴
	۱۰۰	۱,۰۱۱۰	۱,۰۰۹	۰,۱۹۷۸
2×10^5	۰	۴,۹۱۹۸	۴,۹۴۹	۰,۵۹۳۵
	۱۰	۴,۸۰۵۳	۴,۷۶۱	۰,۹۲۱۸
	۱۰۰	۱,۴۳۱۷	۱,۴۴۷	۱,۰۶۸۶

حرارت در اعداد رایلی و هارتمن مختلف مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است.

۷-۱. تأثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر میدان جریان و انتقال حرارت

مقادیر ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان برای مقادیر مختلف رایلی و هارتمن در شرایط زاویه انحراف محفظه و زاویه اعمال میدان مغناطیسی صفر درجه در جدول ۲ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که برای تمام اعداد رایلی، با افزایش عدد هارتمن، به واسطه تقابل نیروی لورنتز با نیروی شناوری، از مقادیر سرعت‌ها کاسته شده و در نتیجه ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان کاهش می‌یابد. نمودار عدد ناسلت متوسط برحسب عدد هارتمن بر روی دیواره گرم در شکل ۵ برای اعداد رایلی مختلف ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود که برای تمام اعداد رایلی، با افزایش عدد هارتمن، از مقدار عدد ناسلت متوسط کاسته می‌شود. در $10^4 Ra$ ، از $Ha = 60$ به بعد عدد ناسلت متوسط به مقدار

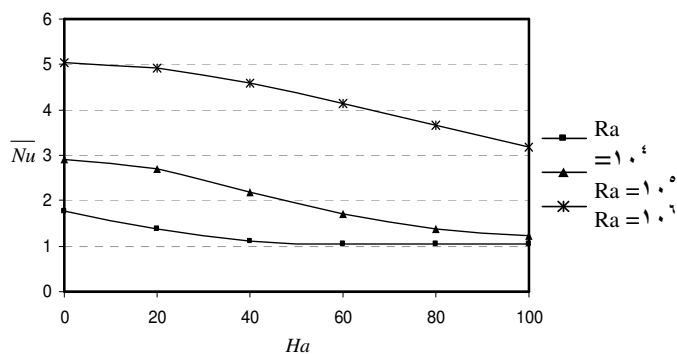
در جدول (۱) مقادیر عدد ناسلت متوسط به دست آمده بر روی دیواره گرم محفظه برای اعداد گراش 2×10^4 و 2×10^5 و اعداد هارتمن مختلف ارائه و با نتایج مرجع [۳] مقایسه شده است.

همانطور که از جدول (۱) مشاهده می‌شود، تطابق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد و ماکزیمم اختلاف موجود بین نتایج حاضر و نتایج مرجع [۳]، یک درصد خواهد بود.

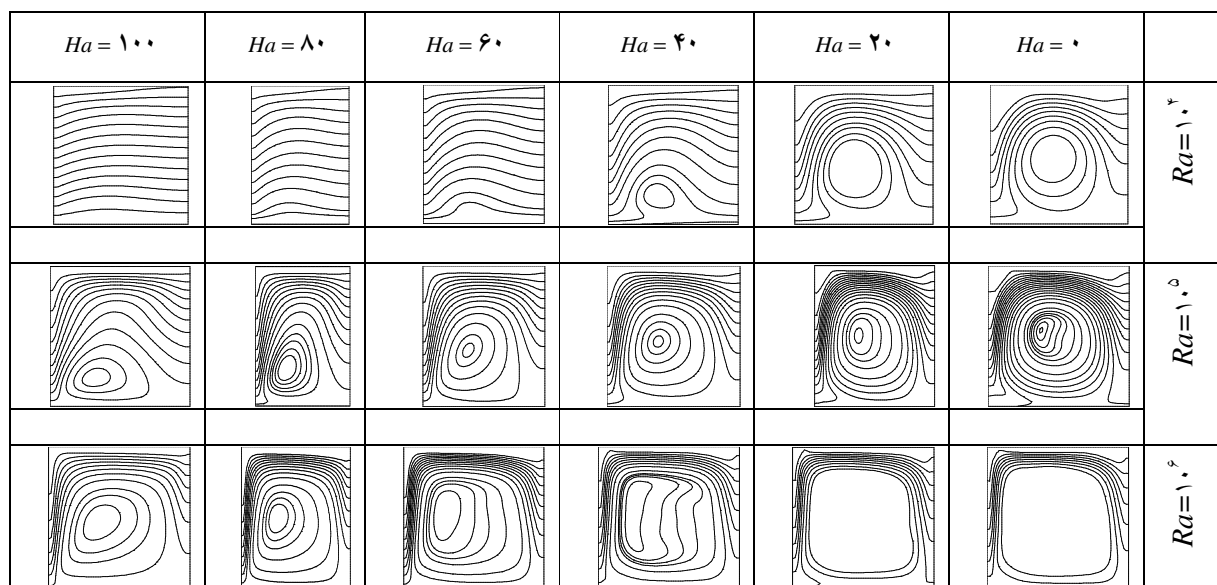
۷- نتایج و بحث

برنامه کامپیوتری برای حالت‌های مختلفی اجرا شده و نتایج همگرا شده به شکل مناسبی ارائه شده‌اند. بر اساس نتایج به دست آمده، تأثیر قدرت میدان مغناطیسی اعمالی (عدد هارتمن) بر میدان جریان و انتقال حرارت در اعداد رایلی 10^4 - مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. همچنین تأثیر پارامترهای مختلفی نظیر تغییر زاویه محفظه نسبت به افق و تغییر زاویه میدان مغناطیسی اعمالی بر میدان جریان و انتقال

یک (هدایت خالص) کاهش یافته است. در حقیقت مهم‌ترین تأثیر اعمال میدان مغناطیسی، کاهش نرخ انتقال حرارت کلی بین دیواره‌های گرم و سرد محفظه می‌باشد.



شکل ۵. نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب عدد هارتمن برای اعداد رایلی مختلف.



شکل ۶. خطوط گرما برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف.

بیژن [۹] تابع جدیدی به نام تابع گرما تعریف کرد به گونه‌ای که شار کل انرژی (نفوذ گرما و شار آنتالپی) در امتداد عمود بر خطوط گرما ثابت برابر صفر است. در حقیقت می‌توان گفت همانطور که خطوط جریان روشی مناسب برای نمایش حرکت

در ادامه، نتایج به صورت خطوط گرما ارائه می‌شود و تأثیر افزایش عدد هارتمن بر آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مسائل انتقال حرارت جابجایی، انتقال انرژی به صورت ترکیبی از نفوذ گرما و شار آنتالپی می‌باشد. برای چنین میدان جریانی

جریان برای زوایای انحراف ۰، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ درجه و سه عدد هارتمن ۰، ۴۰ و ۱۰۰ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، نحوه تغییر خطوط جریان در تمام اعداد هارتمن بر حسب زاویه انحراف تا ۶۰ درجه تقریباً یکسان می‌باشد. در زاویه انحراف ۹۰ درجه و در هارتمن صفر، یک گردابه بزرگ در مرکز و چهار گردابه کوچک در گوشه‌های محفظه وجود دارد. با افزایش هارتمن به ۴۰، گردابه بزرگ به دو گردابه کوچکتر تقسیم و گردابه‌های موجود در گوشه‌های پایینی محفظه ناپدید شده‌اند. در هارتمن ۱۰۰، در سرتاسر محفظه دو گردابه متقارن مشاهده می‌شود. به عبارت دیگر، با افزایش عدد رایلی قدرت جابجایی افزایش یافته و لذا در زاویه ۹۰ درجه و عدم اعمال میدان مغناطیسی، جریان چرخشی ایجاد شده کل محفظه را پوشانده است. اما با افزایش عدد هارتمن، بخاطر کم شدن مقادیر سرعت و ضعیف شدن جریان (در اعداد هارتمن ۴۰ و ۱۰۰)، دو گردابه در محفظه بوجود می‌آید. در جدول ۳ مقادیر ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان برای زوایا و اعداد هارتمن فوق ارائه شده است. با توجه به جدول ۳، مشاهده می‌شود که در اعداد هارتمن صفر، ۲۰ و ۴۰، با افزایش زاویه از صفر تا ۶۰ درجه، ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان نیز افزایش می‌یابد و در زاویه ۹۰ درجه این عدد کاهش می‌یابد. در اعداد هارتمن ۰ و ۲۰، ماکزیمم قدر مطلق تابع در زاویه ۹۰ درجه از مقدارش در زاویه صفر درجه هنوز بیشتر است ولی در عدد هارتمن ۴۰ ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان در زاویه ۹۰ درجه از مقدارش در زاویه صفر درجه کمتر می‌باشد. در عدد هارتمن ۶۰ به ازای افزایش زاویه از صفر تا ۴۵ درجه و در اعداد هارتمن ۸۰ و ۱۰۰ به ازای افزایش زاویه از صفر به ۳۰ درجه ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان افزایش خواهد یافت. در شکل ۸ خطوط دما ثابت برای زوایای انحراف ۰، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ درجه در سه عدد هارتمن ۰، ۴۰ و ۱۰۰ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در

سیال در حالت دو بعدی می‌باشد، خطوط گرما نیز روشی مناسب برای نمایش نحوه انتقال حرارت در فرآیندهای انتقال حرارت جابجایی در حالت دو بعدی می‌باشد، زیرا این خطوط مسیر انتقال گرما را نشان می‌دهند. همچنین دیواره‌های بالایی و پایینی محفظه بدلیل عایق بودن، خود یک خط گرما محسوب می‌شوند. شکل ۶ اثر افزایش عدد هارتمن بر خطوط گرما را برای اعداد رایلی 10^4 ، 10^5 و 10^6 نشان می‌دهد.

با مشاهده این شکل، نکات زیر قابل توجه می‌باشد: در عدد رایلی 10^4 ، مشاهده می‌شود که با افزایش عدد هارتمن، هسته مرکزی موجود در محفظه بتدریج کوچکتر شده و به واسطه آن از تراکم و انحنای خطوط گرما کم می‌شود و در نهایت در عدد هارتمن ۶۰ این هسته کاملاً از بین می‌رود. در عدد هارتمن ۱۰۰، همانطور که انتظار می‌رود خطوط گرما موازی دیواره‌های عایق و عمود بر خطوط دما ثابت می‌شوند که بیانگر غالب شدن هدایت به عنوان مکانیزم انتقال حرارت درون محفظه می‌باشد. در اعداد رایلی 10^5 و 10^6 ، با افزایش هارتمن تا ۱۰۰، هنوز هسته موجود درون محفظه از بین نرفته و خطوط گرما هم به موازات دیواره‌های عایق قرار نگرفته‌اند، بخصوص در $Ra = 10^6$ هسته هنوز ابعاد بزرگی دارد. دلیل این مطلب، طبق توضیحات قبلی، کافی نبودن قدرت میدان مغناطیسی برای تضعیف کامل جریان جابجایی آزاد در این اعداد رایلی می‌باشد.

۲-۷- تأثیر تغییر زاویه محفظه نسبت به افق بر میدان جریان و انتقال حرارت

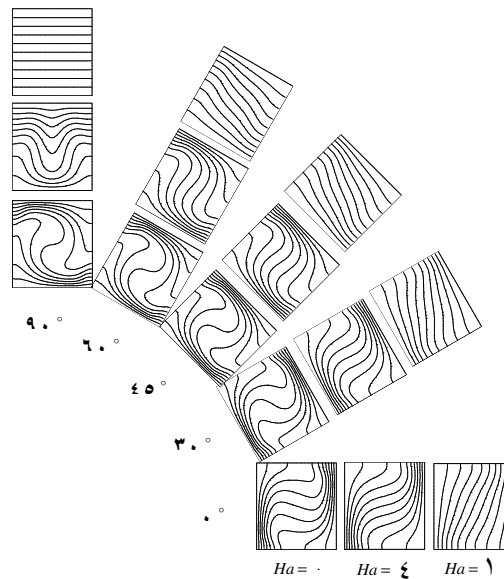
در این بخش تأثیر انحراف محفظه نسبت به افق در خلاف جهت عقربه‌های ساعت بر میدان جریان و انتقال حرارت برای عدد رایلی 10^5 و زاویه اعمال میدان مغناطیسی صفر درجه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل ۷ خطوط

کشیدگی کمتر شده است. شکل خطوط جریان برای این حالت (شکل ۷) نیز که در آن دو گردابه درون محفظه تشکیل شده است شکل خطوط دما ثابت را تصدیق می‌کند. در هارتمن ۱۰۰، تمام خطوط موازی دیواره‌های گرم و سرد شده‌اند و هدایت خالص بر انتقال حرارت حاکم می‌گردد.

تمام اعداد هارتمن با تغییر زاویه از صفر تا ۶۰ درجه، تغییر قابل ملاحظه‌ای در خطوط دما ثابت مشاهده نمی‌شود. همچنین در هارتمن صفر، در زاویه ۹۰ درجه تفاوت قابل ملاحظه‌ای در شکل خطوط دما ثابت نسبت به زوایای دیگر مشاهده نمی‌شود. اما در هارتمن ۴۰، مرکز خطوط دما ثابت به سمت دیواره گرم کشیده شده است که با دور شدن از دیواره گرم این

جدول ۳. ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان برای مقادیر مختلف هارتمن و زاویه انحراف محفظه در شرایط $Ra = 105$ و $\phi = 0^\circ$.

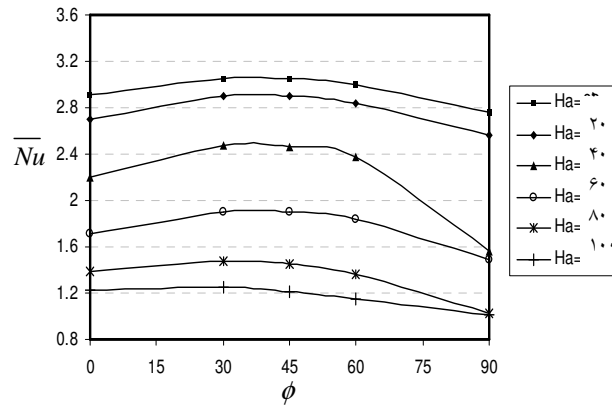
ϕ	$ \psi _{max}$					
	$Ha = 0$	$Ha = 20$	$Ha = 40$	$Ha = 60$	$Ha = 80$	$Ha = 100$
0°	۶/۴۳۱۸	۵,۱۱۰۶	۳,۶۶۸۱	۲,۵۵۵۲	۱,۶۳۸۹	۱,۰۸۵۵
30°	۹,۷۹۹۲	۷,۲۸۵۹	۴,۷۴۴۸	۳,۱۵۳۵	۱,۹۳۳۱	۱,۱۷۹۵
45°	۱۰,۷۸۹۲	۸,۰۵۸۰	۵,۰۷۶۱	۳,۲۶۱۴	۱,۹۰۸۱	۱,۱۰۳۴
60°	۱۱,۳۵۰۱	۸,۵۲۹۰	۵,۲۱۰۳	۳,۱۸۹۰	۱/۷۰۱۲	۰,۹۱۴۵
90°	۱۱,۱۸۵۳	۸,۳۳۷۳	۲,۷۱۹۱	۲,۰۳۳۲	۰,۳۰۹۱	۰,۰۰۰۱



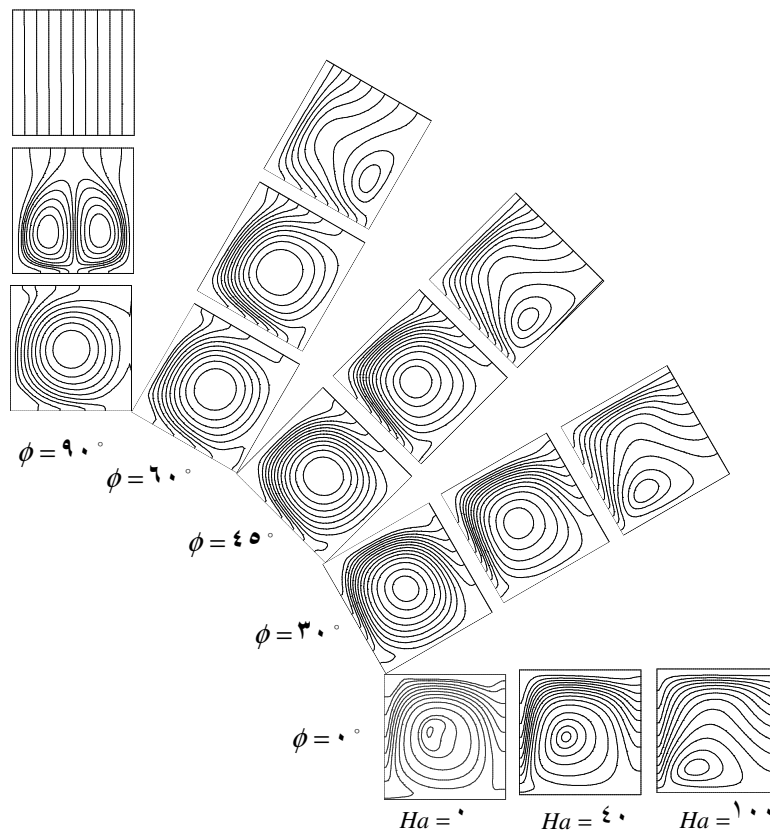
شکل ۸. خطوط دما ثابت برای مقادیر مختلف هارتمن و زاویه انحراف محفظه در شرایط $Ra = 105$ و $\phi = 0^\circ$.

شکل (۱۰) خطوط گرما را برای زوایای انحراف و اعداد هارتمن مختلف نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که در اعداد هارتمن بین صفر تا ۱۰۰ و در تمام زوایا بجز زاویه ۹۰ درجه، هنوز هسته موجود درون محفظه وجود دارد که حاکی از وجود هر دو مکانیزم انتقال حرارت هدایت و جابجایی آزاد درون محفظه می‌باشد. در زاویه ۹۰ درجه هسته موجود درون محفظه در عدد هارتمن ۴۰ به دو هسته کوچکتر تبدیل و در عدد هارتمن ۱۰۰ این هسته کاملاً ناپدید شده و خطوط گرما به موازات دیواره‌های عایق قرار گرفته‌اند که نشان از حاکم شدن هدایت به عنوان تنها مکانیزم انتقال حرارت درون محفظه می‌باشد.

نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب زاویه انحراف محفظه در شکل ۹ برای اعداد هارتمن مختلف ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه انحراف از صفر به ۳۰ درجه، برای تمام اعداد هارتمن، عدد ناسلت متوسط افزایش و از زاویه ۳۰ تا زاویه ۹۰ درجه عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که عدد ناسلت متوسط در زاویه ۶۰ درجه، در هارتمن‌های ۸۰ و ۱۰۰، و در زاویه ۹۰ درجه برای تمام اعداد هارتمن، از مقدار ناسلت در زاویه صفر درجه و هارتمن صفر کمتر می‌باشد. به عبارتی دیگر، تنها زوایا و هارتمن‌های فوق به کاهش نرخ انتقال حرارت نسبت به زاویه صفر درجه و هارتمن صفر کمک می‌کند.



شکل ۹. نمودار عدد ناسلت متوسط بر حسب زاویه انحراف محفظه برای اعداد هارتمن مختلف در $Ra = 10^5$.



شکل ۱۰. خطوط گرما برای مقادیر مختلف هارتمن و زاویه انحراف محفظه در شرایط $Ra = 10^5$ و $\phi = 0^\circ$.

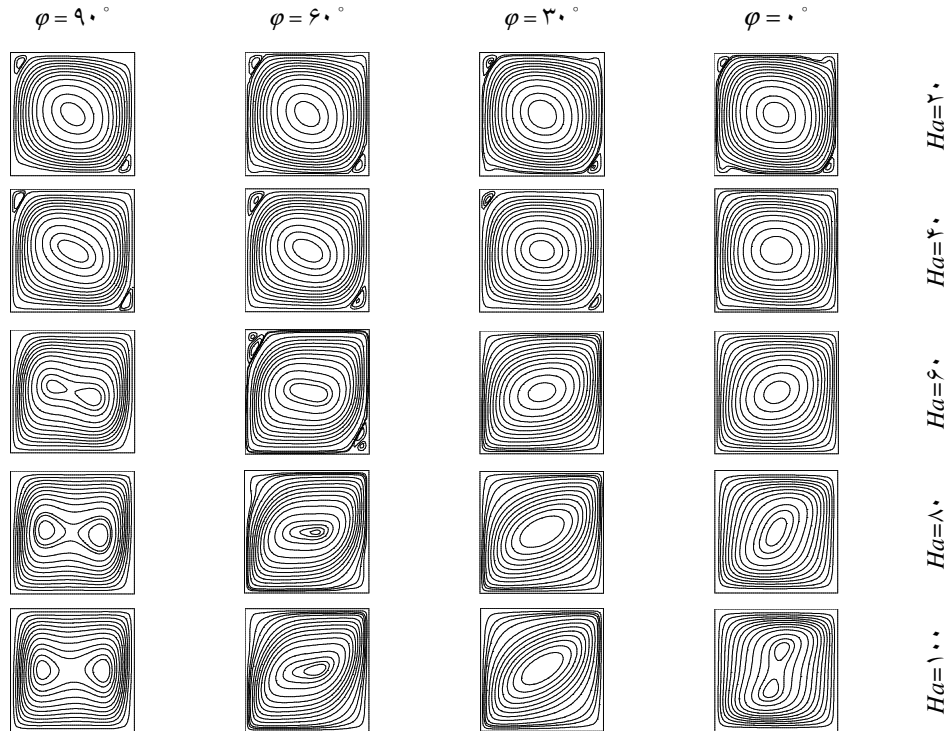
با تغییر زاویه میدان مغناطیسی از صفر تا 90° درجه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت، محور گردابه‌های مرکزی در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد. همچنین تشکیل گردابه‌های ثانویه در زاویه صفر و هارتمن 100 و در زاویه 90° درجه و هارتمن 60 به بعد رخ می‌دهد. شکل (۱۲) خطوط دما ثابت را برای زوایای میدان مغناطیسی و اعداد هارتمن مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با تغییر جهت میدان مغناطیسی تغییر قابل ملاحظه‌ای در شکل خطوط دما ثابت بوجود نمی‌آید. در جدول (۴) ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان برای زوایای میدان مغناطیسی و اعداد هارتمن مختلف ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان از عدد

۳-۷. تأثیر تغییر زاویه میدان مغناطیسی بر میدان جریان و انتقال حرارت

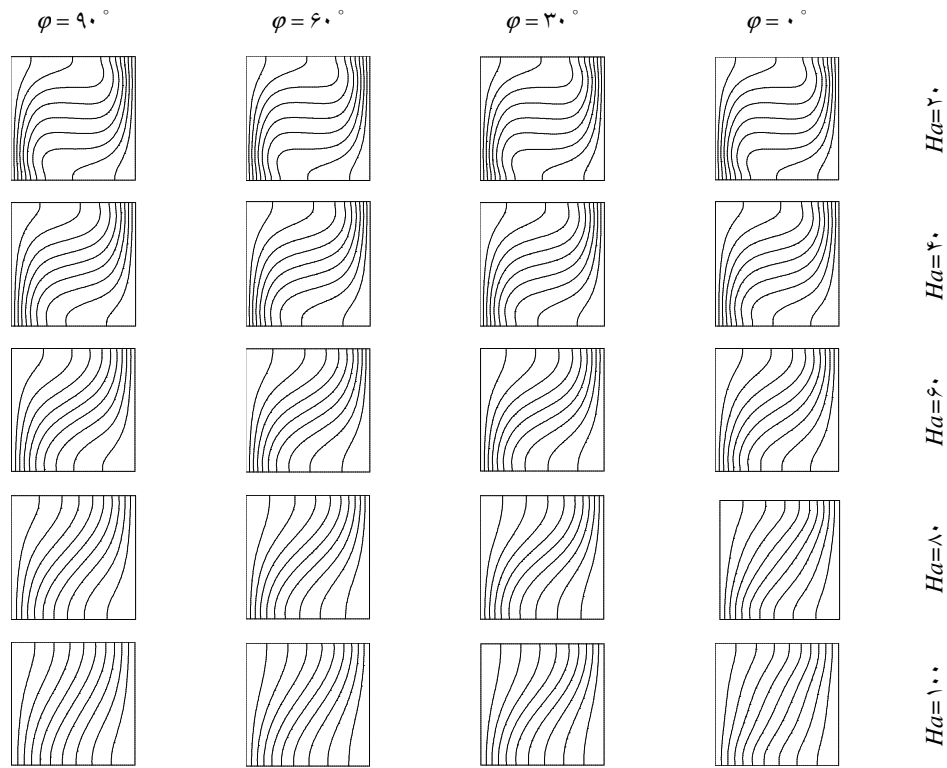
در این بخش، تأثیر تغییر زاویه میدان مغناطیسی اعمالی نسبت به راستای محور x و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت بین زاویه صفر تا 90° درجه بر میدان جریان و انتقال حرارت برای عدد رایلی 10^5 و زاویه انحراف محفظه صفر درجه مورد بررسی قرار می‌گیرد. زوایای انحراف میدان مغناطیسی مورد مطالعه زوایای 0° ، 30° ، 60° و 90° درجه انتخاب شده‌اند. شکل (۱۱) خطوط جریان را برای این زوایا در سه عدد هارتمن 0 ، 40 و 100 نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که

از $\varphi = 0^\circ$ به $\varphi = 30^\circ$ افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد. نکته مهم در اینجا این است که کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به میدان مغناطیسی با زاویه صفر می‌باشد و این در حالی است که در عدد رایلی 10^4 ، کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به میدان مغناطیسی با زاویه 90° درجه به دست آمده است [۷].

هاتمن ۲۰ به بعد از $\varphi = 0^\circ$ به $\varphi = 30^\circ$ افزایش و از $\varphi = 30^\circ$ تا $\varphi = 90^\circ$ کاهش می‌یابد. نمودار عدد ناسلت متوسط برحسب زاویه اعمال میدان مغناطیسی در شکل (۱۳) برای اعداد هاتمن مختلف ترسیم شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که از اعداد هاتمن ۲۰ تا ۶۰ عدد ناسلت متوسط از $\varphi = 0^\circ$ تا $\varphi = 60^\circ$ به مقدار بسیار کمی افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد. در اعداد هاتمن ۸۰ و ۱۰۰ این عدد



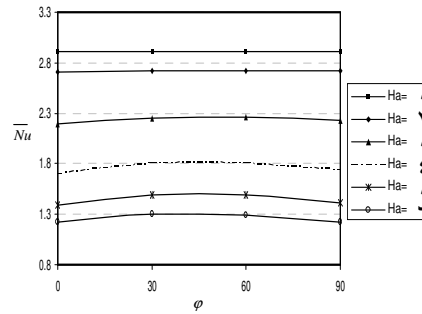
شکل ۱۱. خطوط جریان برای مقادیر مختلف هاتمن و زاویه میدان مغناطیسی در شرایط $Ra = 10^5$ و $\varphi = 0^\circ$



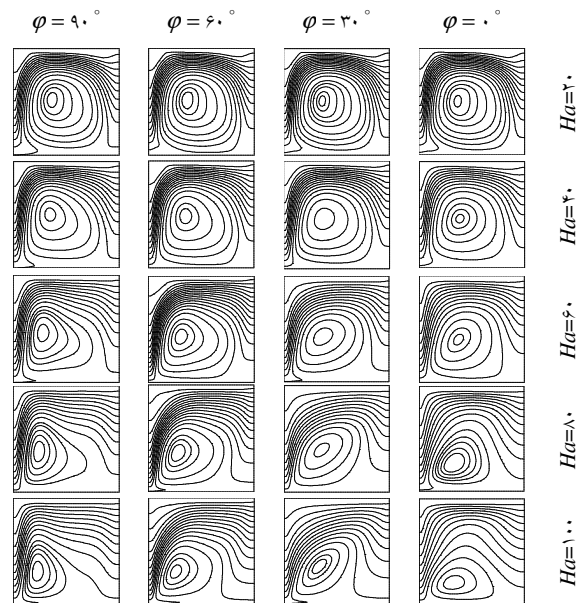
شکل ۱۲. خطوط دما ثابت برای مقادیر مختلف هارتمن و زاویه میدان مغناطیسی در شرایط $Ra = 10^5$ و $\phi = 0^\circ$

جدول ۴. ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان برای مقادیر مختلف هارتمن و زاویه میدان مغناطیسی در شرایط $Ra = 10^5$ و $\phi = 0^\circ$

ϕ	$ \psi _{max}$					
	$Ha = 0$	$Ha = 20$	$Ha = 40$	$Ha = 60$	$Ha = 80$	$Ha = 100$
0°	۶,۴۳۱۸	۵,۱۱۰۶	۳,۶۶۸۱	۲,۵۵۵۲	۱,۶۳۸۹	۱,۰۸۵۵
30°	۶,۴۳۱۸	۵,۱۲۳۲	۳,۷۴۳۶	۲,۸۸۹۱	۲,۲۵۱۲	۱,۷۰۹۰
60°	۶,۴۳۱۸	۵,۱۱۵۳	۳,۵۹۵۹	۲,۵۶۷۶	۱,۸۹۳۲	۱,۳۹۴۸
90°	۶,۴۳۱۸	۵,۰۹۹۲	۳,۴۷۸۰	۲,۳۰۷۵	۱,۶۰۰۸	۱,۱۲۳۳



شکل ۱۳. تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب ϕ برای مقادیر مختلف هارتمن در شرایط $Ra = 10^5$ و $\phi = 0^\circ$



شکل ۱۴. خطوط گرما برای مقادیر مختلف هارتمن و زوایه میدان مغناطیسی

در شرایط $Ra = 10^5$ و $\phi = 0^\circ$

تراکم خطوط گرما نزدیک دیوار افزوده می‌شود. در حقیقت گرما در نزدیکی دیواره گرم به سمت بالا منتقل شده و سپس با عبور از لایه‌های بالایی به دیواره سرد منتقل می‌شود.

ادامه، برای نمایش بهتر نحوه انتقال حرارت، در شکل (۱۴) خطوط گرما در زوایای میدان مغناطیسی و اعداد هارتمن مختلف نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه میدان مغناطیسی، ابعاد هسته موجود درون محفظه تغییر قابل ملاحظه‌ای ندارد و تنها شکل این هسته تغییر پیدا می‌کند، به طوری که در اعداد هارتمن بالا با افزایش زاویه میدان مغناطیسی هسته به طرف دیوار گرم تمایل پیدا می‌کند و بر

۸- نتیجه گیری

مراجع

- Davidson, P.A., "An introduction to Magnetohydrodynamic", *Cambridge university press*, (2001) 3-24.
- Oreper, G. M. and Szekely, J., "The effect of an externally imposed magnetic field on buoyancy driven flow in a rectangular cavity", *Journal of Crystal Growth*, Vol. 64 (1983) 505-15.
- Rudraiah, N., Barron, R.M., Venkatachalappa, M. and Subbaraya, C.K., "Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure", *Int. J. Engng Sci.*, Vol. 33 No.8. (1995) 1075-84.
- Al-Najem, N.M., Khanafer, K.M., and El-Refae, M.M., "Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field", *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow*, Vol. 8. (1998) 651-672.
- Mehmet, C.E. and Elif. B., "Natural convection flow under a magnetic field in an inclined rectangular enclosure heated and cooled on adjacent walls", *Fluid Dynamics Research*, Vol. 38 (2006) 564-590.
- شیخ زاده، ق.ع.، بابائی، م. ر.، رحمانی، و.، و پیرمحمدی، م.، "بررسی تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر میدان دما و انتقال حرارت در یک محفظه دوبعدی"، دانشگاه کاشان، *کنفرانس سالانه فیزیک ایران*، (۱۳۸۷) ۱۲۵-۱۲۲.
- محمدرضا بابائی، "بررسی پارامتری تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی آزاد و انتقال حرارت در یک حفره دو بعدی"، *پایان نامه کارشناسی ارشد*، دانشگاه کاشان، دانشکده مهندسی، ۱۳۸۷.
- Gao, Y.L., Li, Q.S., Gong, Y.Y. and Zhai, Q.J., "Comparative study on structural transformation of low-melting pure Al and high-melting stainless steel under external pulsed magnetic field", *Materials Letters*, (2007) 4011-4014.
- Bejan, A., *Convection heat transfer*, WILEY publisher, New York, 1984.
- Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, Washington, DC, 1980.
- Basak, T. and Roy, S., "Role of Bejan heatlines in heat flow visualization and optimal thermal mixing for differentially heated square enclosures", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 51 (2008) 3486-3503.

در این مقاله به مطالعه عددی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر جریان جابجایی آزاد و میدان دما در حالت پایدار و آرام درون یک محفظه مربعی کج شده با دیواره‌های جانبی دما ثابت حاوی فلز گالیم مذاب با عدد پرانتل ۰,۲، پرداخته شد. با استفاده از نتایج عددی حاصله به بررسی تأثیر عدد هارتمن بر میدان جریان و میدان دما، و همچنین تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف دیگری نظیر عدد رایلی، زاویه قرارگیری محفظه نسبت به افق و زاویه اعمال میدان مغناطیسی بر میدان جریان و میدان دما پرداخته شد. با توجه به نتایج ارائه شده مشاهده شد که:

۱. با افزایش عدد هارتمن، جابجایی آزاد تضعیف می‌شود و با اعمال یک میدان مغناطیسی مناسب (متناسب با عدد رایلی) می‌توان جابجایی آزاد را از بین برده و به سمت هدایت خالص ($Nu = 1$) پیش رفت.
 ۲. با افزایش زاویه انحراف محفظه، عدد ناسلت متوسط ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش زاویه انحراف محفظه از ۰ به ۹۰ درجه، جابجایی تضعیف شده در اعداد هارتمن بالا قابل محو شدن می‌باشد.
- اعمال میدان مغناطیسی در راستای عمود بر شتاب ثقل بیشترین تأثیر را در کاهش نرخ انتقال حرارت نسبت به دیگر زوایای اعمال میدان مغناطیسی دارا می‌باشد، ولی در حالت کلی تأثیر زیادی بر کاهش نرخ انتقال حرارت ندارد.