

یک روش مؤثر برای قطعه‌بندی تصاویر با استفاده از ساختار پیکسونی و به کارگیری مفهوم میدان تصادفی مارکوف

حمید حسن پور^{۱*}، احسان نادرنژاد^۲ و حسین میار نعیمی^۳

^۱دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده فناوری اطلاعات و کامپیوتر

^۲موسسه آموزش عالی صنعتی مازندران، دانشکده الکترونیک و کامپیوتر

^۳دانشگاه صنعتی بابل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تاریخ ثبت اولیه: ۱۳۸۶/۸/۲۱، تاریخ دریافت نسخه اصلاح شده: ۱۳۸۷/۸/۱، تاریخ پذیرش قطعی: ۱۳۸۷/۱۰/۵

چکیده یکی از مباحث مهم و نسبتاً مشکل در پردازش تصویر، تفکیک تصویر به اجزای سازنده (قطعه‌بندی) آن است که در موفقیت یا ناموفق بودن تحلیل تصویر بسیار مؤثر است. در این مقاله، با استفاده از مفهوم پیکسون و میدان‌های تصادفی مارکوف روش جدیدی برای قطعه‌بندی تصاویر پیشنهاد می‌شود. در روش پیشنهادی ابتدا تصویر به صورت یک تصویر پیکسونی مدل می‌شود و تنها پیکسون‌های تصویر ارزیابی می‌شود، نه همه پیکسل‌های آن. سپس با استفاده از میدان‌های تصادفی مارکوف عمل قطعه‌بندی تصویر انجام می‌شود. نتایج آزمایش‌های مختلف بر روی چندین تصویر استاندارد نشان می‌دهد که روش پیشنهادی سرعت و دقت عمل بیشتری نسبت به روش پایه در قطعه‌بندی تصویر دارد.

کلمات کلیدی میدان تصادفی مارکوف، توزیع گیبس، قطعه‌بندی تصاویر، تصویر پیکسونی.

Efficient Approach for Image Segmentation Using the Concept of Pixon and Markov Random Field

H. Hassanpour^{*1}, E. Nadernejad² and H. Miar Naeemi³

¹Faculty of Information Technology and Computer Engineering, Shahrood University of Technology

²Faculty of Computer and Electronic Engineering, Mazandaran Institute of Technology

³Faculty of Computer and Electrical Engineering, Noshirvani University of Technology

Abstract Segmentation is one of the most complicated procedures in the image processing that has important role in the image analysis. In this paper, using the pixon concept, a segmentation algorithm is proposed based on Markov Random Field (MRF). In the proposed algorithm images are initially modeled using pixonal images, and then the MRF-based segmentation process operates on the pixons to produce the segmented image. The results indicate that the proposed algorithm is superior to the existing image segmentation techniques in terms of segmentation accuracy and speed.

Keywords Markov Random Field, Gibbs Distribution, Image Segmentation, Pixonal Image.

*عهده‌دار مکاتبات

نشانی: دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده فناوری اطلاعات و کامپیوتر.

پیام‌نگار: h_hassanpour@yahoo.com

۱- مقدمه

اولین مرحله در تحلیل تصاویر، قطعه بندی آن است. قطعه بندی فرآیندی است که تصویر را به اجزای اصلی سازنده اش تقسیم می کند. برای مثال تشخیص و رهگیری خودکار اهداف متحرک در کاربردهای نظامی و تفکیک محصولات مختلف در کاربردهای صنعتی را می توان به منزله برخی از کاربردهای بخش بندی نام برد.

به طور کلی قطعه بندی یکی از مشکل ترین کارها در پردازش تصویر است؛ زیرا این مرحله از پردازش است که شکست یا موفقیت احتمالی تحلیل تصویر را تعیین می کند. در واقع با یک قطعه بندی نامناسب ممکن است به یک جواب پذیرفتنی نرسیم. در نتیجه باید به افزایش احتمال قطعه بندی مناسب بسیار توجه کرد.

تا به حال روش های مختلفی برای قطعه بندی تصاویر عرضه شده است. از جمله می توان روش های آستانه گیری [۱]، رشد ناحیه [۲]، تقسیم و ادغام ناحیه [۳]، الگوریتم خوشه بندی داده ها (K-means) [۴]، و الگوریتم خوشه بندی فازی (Fuzzy C-means) [۵] را نام برد. بیشتر روش های موجود در بخش بندی تصاویر برای کاربردهای خاص به کار می روند و روش عمومی و کلی برای بخش بندی وجود ندارد. برای مثال الگوریتم خوشه بندی فازی بیشتر برای بخش بندی تصاویر پزشکی به کار می رود [۶]. روش پیشنهادی در این مقاله یک روش عمومی در دسترس ما قرار می دهد که برای بیشتر تصاویر می تواند استفاده شود.

مدل سازی تصویر با استفاده از میدان های تصادفی مارکوف (Markov Random Fields (MRF)) از موضوعاتی است که در سال های اخیر مورد توجه محققان و پژوهشگران قرار گرفته است. از جمله می توان به کاربرد میدان های تصادفی مارکوف در بازیابی تصاویر، حذف نویز و قطعه بندی اشاره

کرد [۷]. در روش میدان های تصادفی مارکوف از مفهوم دسته (یک دسته شامل یک پیکسل و مجموعه همسایگان آن است) و توزیع گیبس برای قطعه بندی تصویر استفاده می شود. در روش های مبتنی بر میدان های تصادفی مارکوف هدف کمینه نمودن تابع انرژی است تا بتوان به یک قطعه بندی مطلوب دست یافت.

برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی از معیارهای مختلفی مانند: انرژی تصویر، واریانس کلاس ها و ضریب تغییرات کلاس ها استفاده شده است. نتایج آزمایش ها بر روی تصاویر مختلف نشان می دهد که روش پیشنهادی علاوه بر کاهش زمان، صحت عمل قطعه بندی را نیز بهبود می بخشد.

در بخش دوم مقاله مفهوم پیکسون و تصاویر پیکسونی تشریح می شود و سپس میدان های تصادفی مارکوف به همراه مفهوم دسته ها و توزیع گیبس شرح می شود. بخش سوم الگوریتم پیشنهادی را معرفی می کند و سپس به اجرای الگوریتم پیشنهادی و مقایسه عملکرد آن با عملکرد الگوریتم های موجود می پردازد. بخش پایانی نیز نتیجه گیری است.

۲- نحوه انجام آزمایش

۱-۲- تصاویر پیکسونی^۱

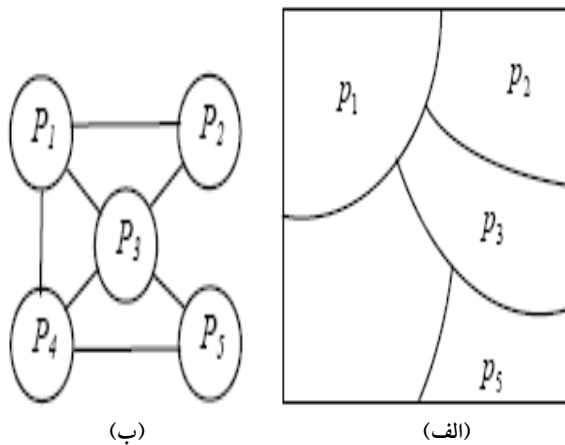
ایده استفاده از مفهوم پیکسون، در مقابل مفهوم پیکسل را، اول بار Pina و Puetter، برای بازیابی تصاویر نجومی ارائه کردند [۸]. مفهوم پیکسون بر این اساس استوار است که اطلاعات موجود در یک تصویر به صورت محلی توزیع می شود و در نتیجه می توان آنها را به منزله سلول هایی با اندازه متغیر در نظر گرفت.

در این فرمول G تصویر پیکسونی، Q مجموعه‌ای از رئوس گراف و E مجموعه لبه‌ها می‌باشد. در شکل ۱ نمونه‌ای از ساختار پیکسونی یک تصویر، به همراه ساختار گرافی متناظر، رسم گردیده است.

۲-۲. میدان‌های تصادفی مارکوف و قطعه بندی تصویر

در یک فرایند تصادفی X ، اگر احتمال وقوع وضعیت j در لحظه $n+1$ ، که با $P(x_{n+1}=j)$ نمایش داده می‌شود، تنها به وضعیت سیستم در لحظه قبل (وضعیت قبلی سیستم) وابسته باشد، فرایند تصادفی X را زنجیره مارکوف گسسته گویند [۱۱]. به عبارت دیگر، در یک زنجیره مارکوف گسسته خواهیم داشت:

$$P(x_{n+1}=j | x_n=i, x_{n-1}=i_{n-1}, \dots, x_1=i_1, x_0=i_0) = P(x_{n+1}=j | x_n=i) = P_{ij} \quad \text{رابطه (۴)}$$



شکل ۱. نمونه‌ای از تصویر پیکسونی، (الف) ساختار پیکسونی و (ب) گراف متناظر.

در تشکیل تصویر پیکسونی برای تصویر I_0 مطابق تعریف مرجع [۹]، ابتدا مقیاس تصویر تغییر داده می‌شود (در 2^n ضرب می‌شود). در واقع با انجام این کار هر پیکسل توسط چند پیکسل با شدت روشنایی برابر با همان پیکسل جایگزین می‌شود. این چند پیکسل جایگزین شده، پیکسون‌های اولیه تصویر را می‌سازند. سپس عمل هموارسازی تصویر با استفاده از معادله انتشار ناهمگن^۲، عمل هموارسازی بر روی تصویر انجام می‌شود [۱۰]. با انجام این عمل دقت عمل پیکسون‌سازی افزایش می‌یابد. پس از آن، عمل دسته‌بندی و جداسازی پیکسون‌ها بر اساس یک روش خوشه‌بندی انجام می‌شود.

مطالب فوق را برای یک تصویر $(Y(t))$ می‌توان به صورت رابطه ۱ نشان داد:

$$Y(t) = k \otimes I_p = \int k_t(t, v) I_p(v) dv \quad \text{رابطه (۱)}$$

نگاشت $k_t(t, v)$ تابع هسته پیکسون و I_p تصویر تغییر مقیاس یافته تصویر اولیه (I_0) است تصویر I ، شامل n پیکسون باشد، رابطه زیر همواره برقرار خواهد بود:

$$I = \bigcup_{i=1}^n p_i \quad \text{رابطه (۲)}$$

بدین ترتیب، در قطعه بندی یک تصویر، به جای اینکه $M \times N$ پیکسل، بررسی شود، تنها p پیکسون ($p \ll M \times N$) ارزیابی می‌شود. در نتیجه می‌توان فرایند تقسیم تصویر به پیکسون‌های مختلف را یک قطعه بندی اولیه در نظر گرفت.

نتیجه فرایند تشکیل تصویر پیکسونی ساختاری گراف مانند است که مجموعه رئوس گراف را پیکسون‌ها تشکیل می‌دهند و ارتباط بین رئوس آن نیز به وجود مرز مشترک بین پیکسون‌ها بستگی دارد:

$$G = (Q, E) \quad \text{رابطه (۳)}$$

نحوه تعریف همسایگی یک پیکسل است. همسایگی یک پیکسل باتوجه به موقعیت مکانی آن نسبت به پیکسل مرکزی درجه بندی می شود. در شکل ۲ دو نحوه مختلف درجه بندی آمده است [۷].

صرف نظر از اینکه همسایگان یک پیکسل چگونه تعریف می شوند، هر همسایه بایستی دو خصوصیت زیر را داشته باشد [۱۳]:

$$n \notin \partial n \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$r \in \partial n \Leftrightarrow n \in \partial r \quad \text{رابطه (۷)}$$

این دو رابطه بیان می کنند که هر پیکسل همسایه خودش نیست و همچنین هرگاه پیکسل r همسایه پیکسل s باشد، آنگاه پیکسل s نیز همسایه پیکسل r است.

در بخش بعدی توزیع گیبس و مفهوم دسته ها که در حوزه میدان های تصادفی مارکوف به کار می رود، بررسی می شود.

۲-۲-۱. دسته

در مفهوم میدان تصادفی مارکوف $C \subset S$ را یک

همانند زنجیره مارکوف، اگر در یک فرایند تصادفی گسسته، وضعیت یک متغیر تصادفی، تنها به وضعیت همسایگان آن متغیر وابسته باشد، به آن فرایند تصادفی گسسته، میدان تصادفی گسسته مارکوف گویند. به بیان دیگر، اگر x_n ، وضعیت متغیر تصادفی n و ∂n مجموعه همسایگان متغیر تصادفی n باشد، در یک میدان تصادفی گسسته مارکوف خواهیم داشت [۱۲]:

$$p(x_n | x_i, i \neq n) = p(x_n | x_{\partial n}) \quad \text{رابطه (۵)}$$

در این معادله p احتمال وقوع فرآیند است. در یک تصویر، شدت روشنایی هر پیکسل را می توان یک متغیر تصادفی در نظر گرفت. چون کلاسی که هر پیکسل به آن تعلق دارد، با کلاس همسایگان آن پیکسل، در ارتباط است، می توان تصویر قطعه بندی شده را، یک میدان تصادفی گسسته مارکوف در نظر گرفت [۱۱]. بنابراین اگر Y تصویر واقعی و X ماتریسی باشد که هر یک از درآیه های آن، بیانگر کلاس پیکسل متناظر در تصویر Y است، آنگاه X یک میدان تصادفی گسسته مارکوف خواهد بود.

مهم ترین موضوعی در میدان های تصادفی مارکوف،

t:-۱۱	t:-۷	t:-۶	t:+۸	t:+۱۲
t:-۹	t:-۳	t:-۲	t:+۴	t:+۱۰
t:-۵	t:-۱	t	t:+۱	t:+۵
t:-۱۰	t:-۴	t:+۲	t:+۳	t:+۹
t:-۱۲	t:-۸	t:+۶	t:+۷	t:+۱۱

(ب)

۵	۴	۳	۴	۵
۴	۲	۱	۲	۴
۳	۱	t	۱	۳
۴	۲	۱	۲	۴
۵	۴	۳	۴	۵

(الف)

شکل ۲. دو نوع مختلف درجه بندی همسایگان یک پیکسل جهت به کارگیری مفهوم میدان تصادفی مارکوف (t، پیکسل مرکزی است).

$$\sum_{c \in C} V_c(x) = \sum_{i \in C_1} V_1(x_i) + \sum_{\{i,j\} \in C_2} V_2(x_i, x_j) + \sum_{\{i,j,k\} \in C_3} V_3(x_i, x_j, x_k) + \dots \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

دسته‌ها می‌توانند ۲، ۱، ۳ و یا ۴ پیکسلی باشند که حداکثر ابعاد آنها به نوع همسایگی تعریف شده بستگی دارد. برای مثال، در همسایگی ۴، حداکثر، دسته‌های دوپیکسلی وجود دارند (شکل ۳). ازسویی، نوع همسایگی انتخاب شده نیز به تعداد کلاس‌های یک تصویر بستگی دارد؛ به طوری که وقتی، تعداد قطعه‌های یک تصویر بیش از دو تا باشد، باید از همسایگی ۸ استفاده کرد [۱۳].

توابع پتانسیل مختلفی در مدل‌سازی تصاویر در حوزه مارکوف به کار می‌رود [۱۶]. مهم‌ترین آنها توابع MLL⁵ است که برای دسته‌های تک‌ی و دو تایی، به این صورت تعریف می‌شود [۱۵]:

$$V_1(x_i) = \alpha_i \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$V_2(x_i, x_j) = \begin{cases} -\beta_i & x_i = x_j, \{i, j\} \in C_2 \\ \beta_i & x_i \neq x_j, \{i, j\} \in C_2 \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

برای اجرای توابع پتانسیل در حوزه مارکوف در بیشتر مواقع $\alpha_i = \alpha$ و $\beta_i = \beta$ در نظر گرفته می‌شود [۱۷].

۲-۲-۳. قضیه همزلی-کلیفور

بر اساس این قضیه، میدان تصادفی X ، یک میدان تصادفی مارکوف است؛ اگر و تنها اگر، توزیع احتمال هر یک از متغیرهای این میدان، تابع توزیع گیبس باشد [۱۵]. بدین ترتیب، در یک تصویر احتمال اینکه کلاس پیکسل i ، x_i باشد برابر است با:

$$P(x_i) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{1}{T} \sum_{c \in C} V_c(x_i)\right) \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

$$\frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{1}{T} \left\{V_1(x_i) + \sum_{\{i,j\} \in C_2} V_2(x_i, x_j)\right\}\right\}$$

دسته^۳ روی لیتس^۴ S گویند (مجموعه پیکسل s و همسایگان آن، ∂s ، لیتس S نامیده می‌شود) اگر و فقط اگر:

$$\forall a, b \in C \Rightarrow a \in \partial b \quad \text{رابطه (۸)}$$

دسته‌ها می‌توانند ۲، ۱، ۳ و یا ۴ پیکسلی باشند که حداکثر ابعاد آنها به نوع همسایگی تعریف شده بستگی دارد. برای مثال، در همسایگی ۴، حداکثر، دسته‌های دوپیکسلی وجود دارند (شکل ۳). ازسویی، نوع همسایگی انتخاب شده نیز به تعداد کلاس‌های یک تصویر بستگی دارد؛ به طوری که وقتی، تعداد قطعه‌های یک تصویر بیش از دو تا باشد، باید از همسایگی ۸ استفاده کرد [۱۳].

۲-۲-۲. توزیع گیبس

متغیر تصادفی X را متغیر تصادفی گیبس گویند، اگر تابع چگالی احتمال آن، دارای توزیع گیبس باشد. اگر C مجموعه دسته‌های متغیر تصادفی X باشد، در این صورت تابع توزیع گیبس برای متغیر تصادفی X ، به این صورت خواهد بود [۱۴]:

$$P(x) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\sum_{c \in C} V_c(x)\right) \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$Z = \sum_X \exp\left(\sum_{c \in C} V_c(x)\right) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

Z یک ثابت است که عمل نرمالیزه کردن را انجام می‌دهد و C مجموعه دسته‌هایی است که بر روی ساختار همسایگی تعریف می‌شود. همچنین $V_c(x)$ ، تابع پتانسیل متغیر تصادفی X ، به ازای دسته C است. ازطرفی X ماتریس کلاس‌های تصویر اولیه، Y ، است که $x \in X$.

عبارت $\sum_{c \in C} V_c(x)$ برحسب دسته‌های ۱، ۲، ۳ و ... پیکسلی به صورت رابطه ۱۱ نشان داده می‌شود:

3. Clique.
4. Lattice.
5. Multi Level Logistic.

۲-۴. قطعه‌بندی تصویر

$$P(Y|X) = \prod_{i=1}^{MN} P(y_i | x_i)$$

$$= \prod_{i=1}^{MN} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x_i}} \exp\left\{-\frac{(y_i - \mu_{x_i})^2}{2\sigma_{x_i}^2}\right\} \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

رابطه (۱۹) در روابط فوق به ترتیب بیانگر میانگین و واریانس اعضای کلاس x_i است. چون X یک میدان تصادفی گسسته مارکوف است، با توجه به رابطه ۱۷ خواهیم داشت:

$$P(y_i | x_i) \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x_i}} \exp\left\{-\frac{(y_i - \mu_{x_i})^2}{2\sigma_{x_i}^2}\right\}$$

$$\times \frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{1}{T} \sum_{c \in C} V_c(x_i)\right\} \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

با لگاریتم گرفتن از طرفین رابطه و نیز حذف مقادیر ثابت، خواهیم داشت:

$$\ln(P(y_i | x_i)) \propto -\frac{1}{2} \ln(\sigma_{x_i}^2) - \frac{(y_i - \mu_{x_i})^2}{2\sigma_{x_i}^2}$$

$$- \frac{1}{T} \sum_{c \in C} V_c(x_i) \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

از رابطه (۲۱) به‌منزله انرژی تابع تعبیر می‌شود که به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$E = \frac{1}{2} \ln(\sigma_{x_i}^2) + \frac{(y_i - \mu_{x_i})^2}{2\sigma_{x_i}^2}$$

$$+ \alpha \sum_{c \in C} V_c(x_i) \quad \text{رابطه (۲۲)}$$

به‌کمک معیار بیشینه پسین (Maximum A Post priority (MAP)) می‌توان احتمال تعلق هر یک از پیکسل‌های تصویر را به کلاس‌های مختلف موجود در آن محاسبه کرد. براین اساس کلاس هر یک از پیکسل‌های تصویر واقعی Y ، طوری انتخاب می‌شود که در آن $P(X|Y)$ ماکزیمم شود. X یک تخمین اولیه از کلاس پیکسل‌های Y است و \hat{X} ماتریس حاوی کلاس واقعی پیکسل‌های Y است [۹]:

$$\hat{X} = \arg \max P(X|Y) \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

$$P(X|Y) = \frac{P(Y|X)P(X)}{P(Y)} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

با توجه به رابطه Bayse و در نظر گرفتن احتمال مساوی برای همه مقادیر شدت روشنایی در هر پیکسل به‌منزله شرایط اولیه، به راحتی می‌توان از احتمال $P(Y)$ ، صرف نظر کرد و رابطه ۱۷ را به این صورت نوشت:

$$P(X | Y) \propto P(Y | X) P(X) \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

برای بیان میزان احتمال مقادیر مختلف شدت روشنایی پیکسل‌ها در مقیاس خاکستری، براساس اینکه متعلق به کدام کلاس باشند ($P(Y|X)$)، می‌توان از توزیع‌های مختلفی استفاده کرد، اما اغلب با فرض وجود نویز گوسی در تصاویر، از توزیع گوسی استفاده می‌شود. بنابراین احتمال آنکه شدت روشنایی پیکسل i با فرض تعلق به کلاس x_i ، برابر مقدار y_i باشد، به صورت زیر محاسبه می‌شود (x_i و y_i مقدار هر یک از درآیه‌های ماتریس‌های X و Y است) [۹]:

$$P(y_i | x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x_i}} \exp\left\{-\frac{(y_i - \mu_{x_i})^2}{2\sigma_{x_i}^2}\right\} \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

۳- نتایج و بحث

۳-۱- روش پیشنهادی

روش های موجود در قطعه بندی تصویر زمان محاسبه نبالا و دقت کمی دارند [۹]. در این مقاله برای کاهش زمان قطعه بندی و صحت عمل آن روش جدیدی پیشنهاد شده است. در این روش ابتدا تصویر اولیه به صورت یک تصویر پیکسونی مدل می شود. سپس با استفاده از میدان های تصادفی مارکوف عمل قطعه بندی تصویر بر روی تصویر پیکسونی انجام می شود (این روش را PMRF⁷ می نامیم).

شکل ۴، یک تصویر پیکسونی است که در آن هر پیکسون به دو مجموعه افراز شده است. مجموعه S_L شامل پیکسل هایی است که تمامی همسایگان آنها، عضو پیکسون p_L هستند. در مقابل، مجموعه S'_L ، شامل پیکسل هایی است که حداقل یک همسایه، خارج از پیکسون p_L دارند.

به ازای همه پیکسل های عضو مجموعه S و برای همه کلاس ها، عبارت $\sum_{c \in C} V_c(x_i)$ ، یک مقدار ثابت خواهد بود. زیرا علاوه بر شدت روشنایی یکسان، همسایه های یکسانی نیز دارند. بنابراین به ازای همه اعضای مجموعه S ، تابع انرژی را می توان به این صورت تعریف کرد:

$$\forall i \in S: u(y_i | x_i) = \frac{1}{2} \ln(\sigma_{x_i}^2) + \frac{(y_i - \mu_{x_i})^2}{2\sigma_{x_i}^2} \quad (24) \text{ رابطه}$$

از سوی دیگر، به ازای تمامی اعضای مجموعه S' ، دو جمله اول طرف راست رابطه ۲۲، یکسان خواهد بود. لذا تابع انرژی را برای اعضای این مجموعه می توان به این صورت زیر تعریف کرد:

$$\forall j \in S': u(y_j | x_j) = \alpha \sum_{c \in C} V_c(x_j) \quad (25) \text{ رابطه}$$

در روابط فوق، $\alpha = \frac{1}{T}$ است. باتوجه به اینکه تابع فوق که به صورت لگاریتمی است و احتمالات به دست آمده فرم نمایی دارند می توان لگاریتم را ماکزیمم کرد؛ در نتیجه داریم:

$$\hat{x}_i = \arg \min p(y_i | x_i) \quad (23) \text{ رابطه}$$

هدف اصلی در قطعه بندی تصاویر با استفاده از میدان های تصادفی مارکوف مینیمم کردن تابع انرژی یا ماکزیمم کردن احتمال تعلق داشتن یک پیکسل به یک کلاس است که با تغییر پارامترهای مختلف به آن دست می یابیم [۱۸].

با بهره گیری از روش های تکراری می توان جواب معادله ۲۳ را به خوبی به دست آورد. یکی از مهم ترین روش های تکراری، مد شرطی تکراری (ICM)⁶ است. مراحل الگوریتم ICM برای قطعه بندی تصویر را می توان به این صورت بیان کرد [۱۶]:

۱. مقداردهی اولیه به پارامترهای α, β .
۲. قطعه بندی اولیه تصویر به K کلاس (محاسبه ماتریس X) و سپس محاسبه σ, μ به ازای هر کلاس (کلاس بندی اولیه تصویر را می توان با یکی از روش های پایه یا روش های K means و Fuzzy C means انجام داد).
۳. تعیین دسته های یک و دو پیکسلی برای همه پیکسل های تصویر.
۴. محاسبه تابع انرژی برای همه پیکسل های تصویر، نسبت به هر یک از کلاس ها $(u(y_i | x_i))$.
۵. انتساب هر پیکسل به کلاسی که در آن، تابع انرژی کمترین مقدار را داشته باشد (محاسبه ماتریس X جدید (\hat{X})) اگر $U^{(m)}$ ماتریس انرژی در مرحله m ام باشد، چنانچه $|U^{(m)} - U^{(m-1)}| \leq \epsilon$ نباشد، الگوریتم پس از مرحله ۳ تکرار گردد (محاسبه مجدد مقادیر σ, μ کلاس ها) $(U = [u(y_i | x_i)]_{M \times N})$.

6. Iteration Conditional Mode.

7. Pixonal Markov Random Field.

چنانچه $\|U^{(h)} - U^{(h-1)}\| < \varepsilon$ نباشد، الگوریتم از مرحله iii تکرار شود.

با استفاده از الگوریتم پیشنهادی دیگر نیازی به استفاده از همسایگی و دسته‌ها نیست؛ زیرا که همسایگی و دسته‌ها در مفهوم پیکسون نهفته است.

۲-۳- اجرا و مقایسه الگوریتم‌ها

برای اجرا و ارزیابی الگوریتم پیشنهادی و مقایسه آن با الگوریتم میدان‌های تصادفی مارکوف، آزمایش‌های مختلفی بر روی برخی تصاویر استاندارد مانند تصویر Lena، مرد فیلمبردار، فلفل، میمون، مرد سرخپوست و طبیعت [۱۹]، که به‌طور معمول در ارزیابی تکنیک‌های پردازش تصویر، استفاده می‌شود، انجام شده است. نتایج برخی از این آزمایش‌ها در جدول‌های ۱ تا ۶ آمده است.

همان‌طور که در جدول ۱ آمده است، در روش پیشنهادی به علت تبدیل مقایسه واحدهای سازنده تصویر از پیکسل به پیکسون، برای قطعه بندی تصویر، واحدهای بسیار کمتری جهت ارزیابی مورد نیاز است. این امر باعث کاهش چشمگیر حجم محاسبات خواهد شد.

در جدول ۲ نیز مقایسه انرژی تصاویر آمده است. همان‌طور که در جدول آمده است، انرژی تصویر در روش PMRF نسبت به روش MRF کاهش یافته است. کاهش مقدار تابع انرژی، طبق روابط ۱۸ و ۱۹ نشانگر افزایش تابع احتمال و در پی آن، افزایش میزان اطمینان در قطعه بندی تصویر است. در جدول ۳ زمان اجرای الگوریتم برای تصاویر آمده است. استفاده از مدل تصویر پیکسونی برای عمل قطعه بندی زمان اجرای الگوریتم را بسیار کاهش می‌دهد؛ در نتیجه استفاده از الگوریتم پیشنهادی در کاربردهایی مانند کاربدهای بلادرنگ مناسب‌تر خواهد بود.

بدیهی است، در صورتی که کلاس اعضای مجموعه‌های S, S' یکسان باشد، تابع انرژی کوچک‌تر از حالتی است که این اعضا کلاس‌های متفاوتی داشته باشند؛ زیرا در حالت برابری کلاس‌ها، در رابطه ۲۵، مقدار ۱- و در غیر این صورت مقدار ۱+ قرار می‌گیرد. بنابراین طبق رابطه ۲۳، کلاس همه اعضای مجموعه S' ، همان کلاس اعضای مجموعه S است:

$$\forall i \in S, j \in S' : x_i = x_j \quad \text{رابطه (۲۶)}$$

روابط ۲۴ و ۲۶ بیان می‌دارند که برای قطعه بندی یک تصویر، کافی است پیکسون‌های آن تصویر را، بدون در نظر گرفتن ساختار همسایگی، کلاس بندی کرد. در نتیجه مراحل الگوریتم پیشنهادی PMRF را می‌توان به این شرح نوشت:

۱. مقداردهی اولیه به پارامترهای β, α .
۲. پیکسون بندی تصویر.
۳. محاسبه ماتریس X اولیه با استفاده از قطعه بندی اولیه تصویر به K کلاس، با یکی از روش‌های پایه مانند روش K means سپس محاسبه مقادیر σ, μ برای هر کلاس.
۴. محاسبه تابع انرژی برای همه پیکسون‌های تصویر، نسبت به هر یک از کلاس‌ها:

$$u(p_i | x_i) = \frac{1}{2} \ln(\sigma_{x_i}^2) + \frac{(p_i - \mu_{x_i})^2}{2\sigma_{x_i}^2} \quad \text{رابطه (۲۷)}$$

۵. به ترتیب شدت روشنایی و کلاس پیکسون i است. انتساب هر پیکسون به کلاسی که در آن، تابع انرژی کمترین مقدار را داشته باشد (محاسبه ماتریس X جدید $((\hat{X}))$.
۶. اگر ماتریس انرژی در مرحله h ام، $U^{(h)}$ باشد،

یکی از پارامترهای مهمی که برای صحت عمل قطعه‌بندی به کار می‌رود، واریانس کلاس‌هاست. هرچه این مقادیر کمتر باشد میزان نزدیکی عناصر داخل یک کلاس به یکدیگر بیشتر است. در جدول‌های ۴، ۵ و ۶ مقادیر این پارامترها برای تصاویر مختلف آمده است. مقادیر واریانس کلاس‌ها در روش PMRF نسبت به روش MRF کمتر است که نشان از صحت و افزایش دقت عمل قطعه‌بندی است.

معیار دیگری که برای درستی عملیات قطعه‌بندی در این مقاله استفاده شده است معیار ضریب تغییرات سطوح خاکستری است که از روی میانگین و انحراف معیار (جذر واریانس) هر کلاس به صورت رابطه ۲۸ محاسبه می‌شود.

$$V_c = \frac{\sigma_i}{m_i} \quad \text{رابطه (۲۸)}$$

هر چه اندازه و مقدار این معیار کمتر باشد نشان می‌دهد که پیکسل‌های یک کلاس به یکدیگر بیشتر خواهد بود. نتایج این معیار در جدول ۷ آمده است و نشان می‌دهد که دقت عملیات قطعه‌بندی در روش پیشنهادی بهتر است.

برای مقایسه بیشتر از نگاه انسان نتایج اجرا شده بر روی چند تصویر در شکل‌های ۵، ۶ و ۷ آمده است. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود تصاویری که به روش PMRF قطعه‌بندی شده، نسبت به روش MRF کیفیت و دقت بهتری دارد. علاوه بر آن، به کمک روش پیشنهادی جزئیات اضافی تصویر بخوبی حذف می‌شود. برای نمونه نقاطی که در شکل‌ها با شماره ۱، ۲ و ۳ مشخص شده‌اند، نقاطی هستند که جزئیات اضافی برای عمل قطعه‌بندی دارند. به دلیل اینکه در روش پیشنهادی این نقاط پیکسون در نظر گرفته شده‌اند، کلاس این پیکسل‌ها با کلاس همسایگان‌شان یکی است. در نتیجه در روش پیشنهادی این نقاط همراه با همسایگان‌شان یک کلاس در نظر گرفته شده‌اند. اما در روش MRF این جزئیات و همسایگان آنها کلاس‌های جداگانه‌ای

جدول ۱. مقایسه نسبت تعداد پیکسون به تعداد پیکسل در چند تصویر.

تصویر	تعداد پیکسل	تعداد پیکسون	نسبت تعداد پیکسل به پیکسون (%)
فلفل	۶۵۵۳۶	۲۰۲۳۵	۳۶٪
میمون	۶۵۵۳۶	۳۲۲۸۵	۳۰٪
مرد سرخپوست	۲۶۲۱۴۴	۹۴۴۱۰	۴۹٪

جدول ۲. مقایسه انرژی در چند تصویر پس از عمل قطعه‌بندی به روش MRF و PMRF.

تصویر	مرد سرخپوست	میمون	فلفل
MRF	۴۹۴۹۸۰	۱۱۴۵۰۰	۱۳۲۹۰۰
PMRF	۴۷۳۳۵۰	۱۱۳۵۲۰	۱۲۱۳۸۰

جدول ۳. مقایسه زمان اجرای الگوریتم برای تصاویر مختلف (msec).

تصویر	مرد سرخپوست	میمون	فلفل
MRF	۷۹۲۲	۴۸۹۵	۳۳۵۳
PMRF	۳۸۵۰	۲۲۱۵	۱۳۶۰

جدول ۷. مقایسه ضریب تغییرات کلاس‌ها برای تصاویر مختلف.

روش	تصویر	کلاس ۱	کلاس ۲	کلاس ۳
MRF	مرد	٪۸۷/۳۳	٪۱۴/۷۶	٪۲۱/۵۳
		PMRF	٪۷۳	٪۱۳/۵۷
MRF	فلفل		٪۸۷	٪۶/۸
		PMRF	٪۸	٪۶/۳۴
MRF	میمون		٪۱۰	٪۸/۵

دارند. این شکل‌ها نشان می‌دهد که چگونه روش پیشنهادی دقت و عملکرد بهتری نسبت به روش MRF دارد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله عمل قطعه‌بندی تصویر با استفاده از میدان‌های تصادفی مارکوف انجام گرفته است. برای تسهیل در عمل قطعه‌بندی، قبل از به‌کارگیری مفهوم میدان‌های تصادفی مارکوف، مجموعه پیکسل‌های با ویژگی آماری یکسان، یک پیکسون یا به عبارتی یک سلول از تصویر در نظر گرفته شد. در واقع در این روش سطح تصمیم‌گیری از پیکسل‌های تصویر به پیکسون‌های آن تغییر می‌یابد. انجام این عمل باعث کاهش زمان قطعه‌بندی می‌شود؛ زیرا تعداد پیکسون‌ها در مقابل تعداد پیکسل‌ها بسیار کمتر است و به‌جای تک‌تک پیکسل‌ها، تنها پیکسون‌های تصویر ارزیابی می‌شود.

جدول ۴. مقایسه واریانس هریکاز کلاس‌ها در الگوریتم‌های MRF و PMRF به‌ازای $\alpha=1$ ، $\beta=0/9$ ، $K=3$ برای تصویر مرد سرخپوست.

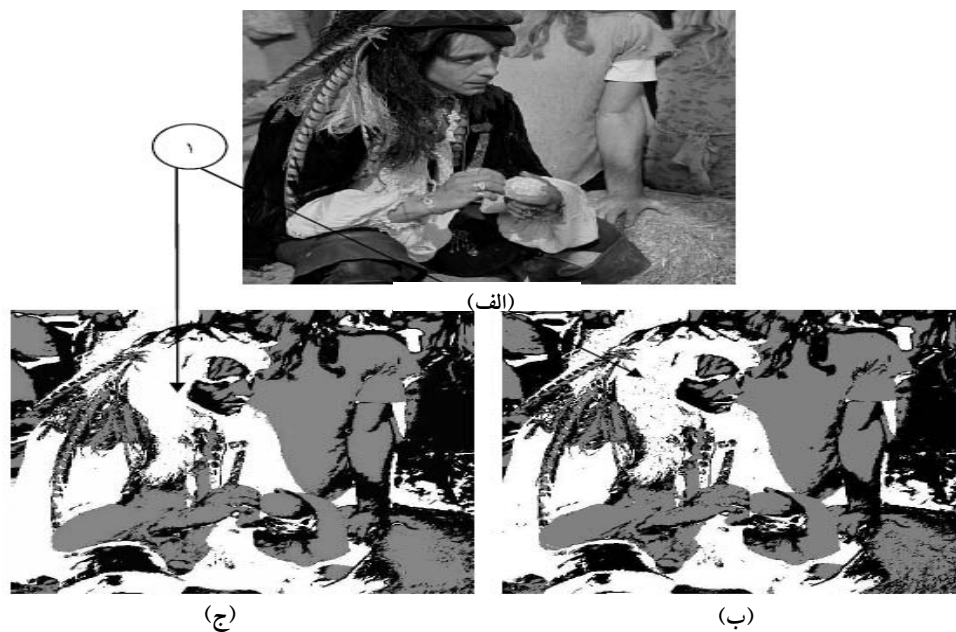
روش	پارامتر مورد مقایسه	کلاس ۱	کلاس ۲	کلاس ۳
MRF	میانگین کلاس	۲۰/۹۲	۱۵۴	۹۳/۵۷
	واریانس کلاس	۱۸/۲۷	۲۲/۷۳	۲۰/۱۵
PMRF	میانگین کلاس	۲۳/۹۷	۱۵۶/۳۹	۹۶/۱
	واریانس کلاس	۱۷/۵	۲۱/۲۳	۱۸/۹۶

جدول ۵. مقایسه واریانس هریکاز کلاس‌ها در الگوریتم‌های MRF و PMRF به‌ازای $\alpha=1$ ، $\beta=0/9$ ، $K=3$ برای تصویر فلفل.

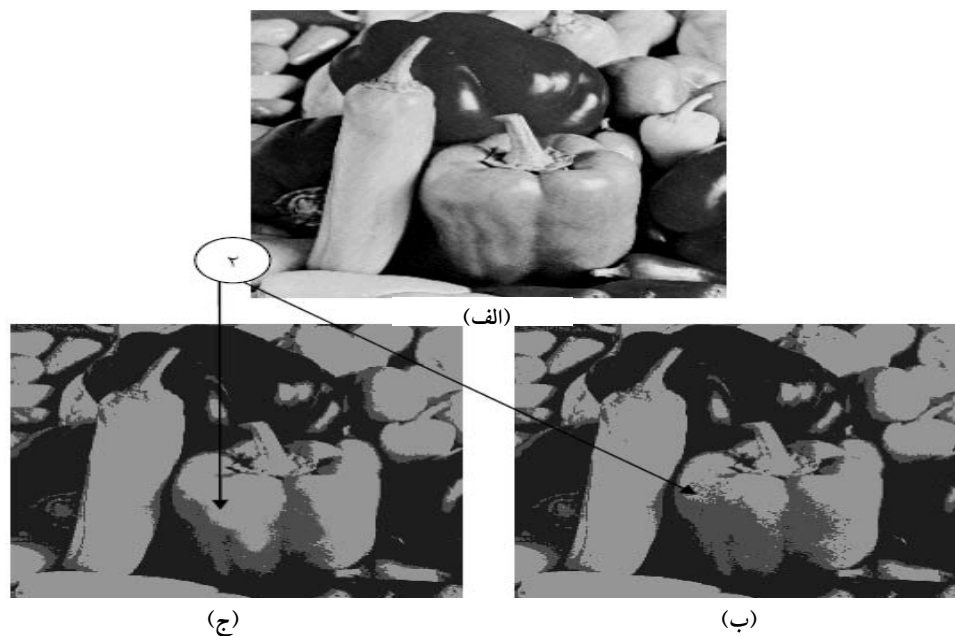
روش	پارامتر مورد مقایسه	کلاس ۱	کلاس ۲	کلاس ۳
MRF	میانگین کلاس	۱۹۲/۷۹	۳۳/۴۷	۱۲۶/۱
	واریانس کلاس	۱۶/۸۶	۲۲/۸۹	۲۴/۷۸
PMRF	میانگین کلاس	۱۹۶/۱۱	۳۶/۴۱	۱۲۸/۸۸
	واریانس کلاس	۱۵/۷	۲۳/۱	۲۴/۰۱

جدول ۶. مقایسه واریانس هریکاز کلاس‌ها در الگوریتم‌های MRF و PMRF به‌ازای $\alpha=1$ ، $\beta=0/9$ ، $K=3$ برای تصویر میمون.

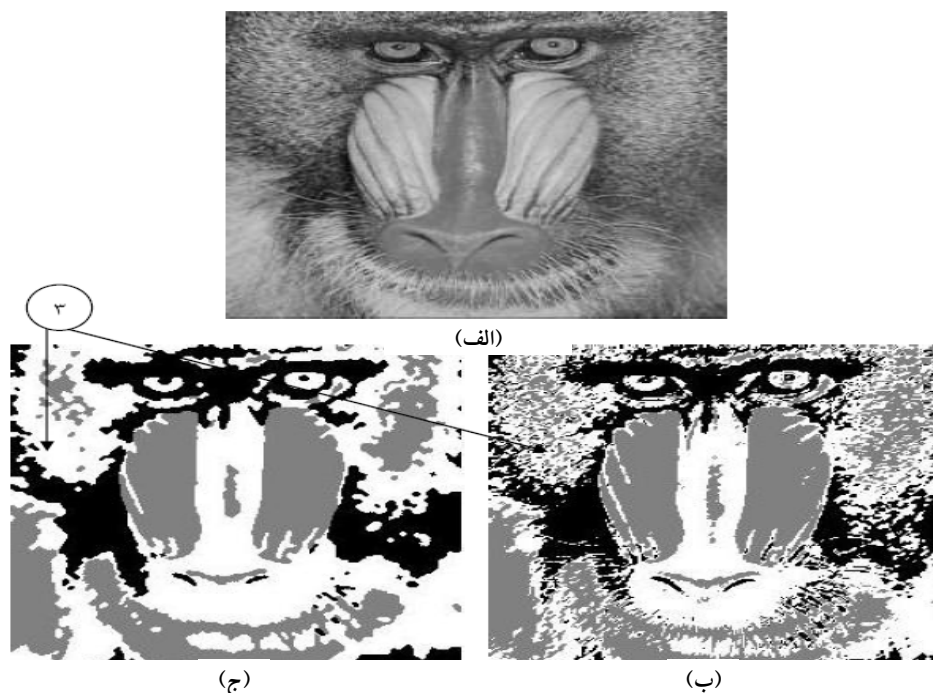
روش	پارامتر مورد مقایسه	کلاس ۱	کلاس ۲	کلاس ۳
MRF	میانگین کلاس	۱۲۵/۱	۱۷۰/۱	۷۷/۷۹
	واریانس کلاس	۱۲/۵۶	۱۴/۴۶	۱۹/۷۷
PMRF	میانگین کلاس	۱۲۶/۲۹	۱۷۱/۷۴	۷۸/۵۶
	واریانس کلاس	۱۲/۶۳	۱۴/۹	۱۹/۶۱



شکل ۵. مقایسه عملکرد الگوریتم‌های MRF و PMRF بر روی تصویر قطعه مرد سرخپوست: (الف) تصویر اولیه، (ب) تصویر قطعه‌بندی شده با روش MRF و (ج) تصویر قطعه‌بندی شده با روش پیشنهادی PMRF.



شکل ۶. مقایسه عملکرد الگوریتم‌های MRF و PMRF بر روی تصویر فلفل: (الف) تصویر اولیه، (ب) تصویر قطعه‌بندی شده با روش MRF و (ج) تصویر قطعه‌بندی شده با روش پیشنهادی PMRF.



شکل ۷. مقایسه عملکرد الگوریتم‌های MRF و PMRF برای تصویر میمون: (الف) تصویر اولیه، (ب) تصویر قطعه‌بندی شده با روش MRF و (ج) تصویر قطعه‌بندی شده با روش پیشنهادی PMRF.

مراجع

1. Bonnet, N., Cutrona, J. and Herbin, M., "A No-Threshold Histogram-Based Image Segmentation Method", *J. of Pattern Recognition*, Vol. 35 October (2002) 2319-2322.
2. Charles, A. and Romberg, J., Image Segmentation Using Region Growing, [http://www.owlnet.rice.edu/elec539/Projects97/WDEK now/](http://www.owlnet.rice.edu/elec539/Projects97/WDEK%20now/).
3. Gonzalez, R.C. and Wood, R.E., Digital Image Processing, 2nd Edition, Prentice Hall, ISBN-10: 0201180758 ISBN-13: 978-0201180756 (2004).
4. Papamichail G.P. and Dimitrios, P.P., "The K-Means Range Algorithm for Personalized Data Clustering in E-Commerce", *J. of European Operational Research*, Vol. 177 March (2007) 1400-1408.
5. Francisco, A.T. and Carvalho, D., "Fuzzy C-Means Clustering Methods for Symbolic Interval Data", *J. of Pattern Recognition Letters*, Vol. 28 March (2007) 423-437.
6. Sayadi, M., Tlig, L. and Fnaiech, F., "A New Texture Segmentation Method Based on the Fuzzy C-Mean

این امر باعث کاهش حجم محاسبات و در نتیجه کاهش زمان اجرای الگوریتم می‌شود. این مزیت عمده باعث می‌شود بتوان از این الگوریتم در کاربردهای بلادرنگ استفاده کرد. همچنین در این مقاله مشخص شده روش میدان تصادفی مارکوف در حوزه پیکسون مستقل از همسایگی‌ها است زیرا استفاده از همسایگی در پیکسون‌های تصویر نهفته است. بدین ترتیب، روش پیشنهادی می‌تواند روابط محاسباتی پیچیده ناشی از استفاده میدان‌های تصادفی مارکوف را ساده‌تر و کارآمدتر کند. مقایسه روش پیشنهادی با روش موجود نشان می‌دهد که واریانس شدت روشنایی پیکسل‌های متعلق به هر یک از کلاس‌ها در روش جدید کاهش یافته است. این به معنای افزایش شباهت بین پیکسل‌های هر کلاس است.

- “Compound Gauss-Markov Random Fields for Astronomical Image Restoration”, *J. of Vistas in Astronomy*, Vol. 40 No. 4 (1996) 539-546.
14. Jones, G.D., Allsop, R.E. and Gilby, J.H., “Bayesian Analysis for Fusion of Data from Disparate Imaging Sstems for Surveillance”, *J. of Image and Vision Computing*, Vol. 21 September (2003) 843-849.
 15. Suliga, M., Deklerck, R. and Nyssen, E., “Markov Random Field-Based Clustering Applied to the Segmentation of Masses in Digital Mammograms”, *J. of Computerized Medical Imaging and Graphics*, Vol. 32 No. 6 September (2008) 502-512.
 16. Demirkaya, O., Asyali, M.H. and Shoukri, M.M., Segmentation of CDNA Micro Array Spots Using Markov Random Field Modeling, doi:10.1093/bioinformatics/bti455, Vol. 21 No. 13 (2005) 2994-3000.
 17. Kato, Z., Pong, T.C. and Chung-Mong Lee, J., “Color Image Segmentation and Parameter Estimation in a Markovian Framework”, *J. of Pattern Recognition Letters*, Vol. 22 No. 3-4 March (2001) 309-321.
 18. Yang, Q. and Jiang, T., “Pixion-Based Image Denoising with Markov Random Fields”, *J. of Pattern Recognition*, Vol. 34 (2001) 2029-2039.
 19. DIP Image Databases, [http://imageprocessingplace.com/DIP/dip_image_databases/image_databases .htm](http://imageprocessingplace.com/DIP/dip_image_databases/image_databases.htm)., April (2007) 11-12.
 - Algorithm and Statistical Features”, *J. of Appl. Math. Sci.*, Vol. 1 (2007) 2999-3007.
 7. Li, S.Z., “Markov Random Field Modeling in Image Analysis”, Springer, ISBN: 978-1-84800-278-4 (2009).
 8. Puetter, R.C., “Pixion-Based Multiresolution Image Reconstruction and the Quantification of Picture Information Content”, *Int. J. of Imaging Systems Technol.*, Vol. 6 (1995) 314-331.
 9. Lu, Q. and Jiang, T., “Pixion-Based Image Segmentation with Markov Random Fields”, *the 5th Asian Conference on Computer Vision*, January (2002) Melbourne, Australia.
 10. Naimi, H., Nadernejad, E. and Hassanpour, H., “New Diffusion Based Image Denoising Techniques; Evaluations and Comparisons”, *International Conference on Electrical Engineering*, April (2007) 1-5.
 11. Demonceaux, C. and Vasseur, P., “Markov Random Fields for Catadioptric Image Processing”, *Pattern Recognition Letters*, Vol. 27 No. 16 December (2006) 1957-1967.
 12. Bruno, O.M. and Costa, L.F., “Effective Image Segmentation with Flexible ICM-Based Markov Random Fields in Distributed Systems of Personal Computers”, *J. of Real-Time Imaging*, Vol. 6 No. 4 August (2000) 283-295.
 13. Molina, R., Katsaggelos, A.K., Mateos, J. and Abad, J.,