

پیش‌بینی عددی ناپایداری الاستیک- سیال در دسته سیلندر استوانه‌ای با چیدمان مثلثی نرمال

حامد حوری جعفری*^۱، بهزاد قدیری دهکردی^۱^۱استادیار موسسه مطالعات بین‌المللی انرژی، وزارت نفت^۲استادیار مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

تاریخ ثبت اولیه: ۱۳۸۸/۳/۹، تاریخ دریافت نسخه اصلاح‌شده: ۱۳۹۱/۱/۷، تاریخ پذیرش قطعی: ۱۳۹۱/۲/۱۳

چکیده ناپایداری الاستیک- سیال از جمله مکانیزم‌های مهم تحریک در دسته سیلندر مبدل‌های حرارتی در معرض جریان عرضی می‌باشد که منجر به ارتعاش یا دامنه بالای سیلندرها و نهایتاً ویرانی سازه می‌شود. در مقاله حاضر مرز شروع ناپایداری مذکور با حل جریان دوبعدی، ناپایا، لزج و آشفته در اطراف دسته سیلندرها استوانه‌ای در چیدمان مثلثی نرمال (۳۰ درجه) به‌طور عددی پیش‌بینی شده است. در دسته سیلندر مورد بررسی، یک سیلندر کاملاً انعطاف‌پذیر قرار دارد و باقی سیلندرها صلب در نظر گرفته شده‌اند. شرایط شبیه‌سازی بر اساس آزمایشات صورت گرفته توسط Meskell and Fitzpatrick 2003 تنظیم شده است. به‌منظور حل میدان جریان از روش حجم محدود در شبکه کارترین استفاده شده و همچنین جهت اعمال شرط عدم لغزش بر روی اجسام جاسازی شده در میدان (سیلندرها استوانه‌ای)، روش سلول شبح (Ghost-cell) به همراه تکنیک مقدار بزرگ جمله چشمه بکارگیری شده‌اند. برهم-کنش بین سازه و سیال به‌صورت کاملاً کوپل بواسطه حل همزمان معادلات حاکم بر سیال و معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی صورت پذیرفته است. قبل از حل میدان جریان در دسته سیلندر استوانه‌ای و تحلیل آن، دقت و صحت روش، با شبیه‌سازی جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای مرتعش مورد اعتبارسنجی قرار گرفته است. نتایج حاصله در تطابق کامل با دیگر نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود، می‌باشد. نهایتاً جریان در اطراف دسته سیلندر استوانه‌ای، شبیه‌سازی و ضرایب برآ و پسا، حداکثر سرعت شکاف، توزیع فشار، توزیع چرخش، خطوط جریان، مد ارتعاشی و خط سیر سیلندر مرتعش و سرعت کاهش یافته در مرز ناپایداری به‌طور عددی محاسبه و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند.

واژه‌های کلیدی: ناپایداری الاستیک- سیال، سیلندرها استوانه‌ای، حجم محدود، شبکه کارترین - جابجاشده

Numerical Prediction of Fluid-Elastic Instability in a Normal Triangular Tube Bundle

H. Houry Jafari¹ and B. Ghadir Dehkordi²

Tarbiat Modares University, Mechanical Engineering

Abstract Fluid-Elastic Instability is the most important mechanism among the vibration excitations in heat exchanger tube bundles subjected to cross flow. In this Article, threshold of FEI has been numerically predicted by simulation of incompressible, viscose, and unsteady cross flow through a tube bundle in normal triangular arrangement. In this tube bundle that was being studied, there was a single flexible cylinder surrounded by rigid tubes of bundle. Simulation conditions have been chosen as the scope of experiments performed by Meskell and Fitzpatrick (2003). A finite-volume solver based on Cartesian-staggered grid has been implemented. In addition, the ghost-cell method in conjunction with Great Source Term technique has been employed in order to enforce directly no-slip condition on the cylinders boundaries. Interactions between the fluid and the structure has been counted in a fully coupled manner by means of simultaneous solution of flow field and structural equation of motion in every time step of numerical modeling algorithm. Before giving a solution for the major problem, the accuracy of the solver is validated by simulation of the flow over a single oscillating circular cylinder. The results were completely compatible with the experiments reported in the literature. Eventually, the flow trough tube bundle has been simulated and analyzed by monitoring the drag and lift coefficients, flow visualizing parameters, maximum gap velocity, structural response, trajectory of flexible cylinder and critical reduced velocity.

Keyword: Fluid-elastic Instability, Tube bundles, Circular cylinders, Finite-volume method, Cartesian-staggered grid

*عهده‌دار مکاتبات

نشانی: تهران، دانشگاه تربیت مدرس، بخش مهندسی مکانیک

تلفن: ۰۲۱-۲۲۰۲۹۳۵۱-۹، دورنگار: - پیام‌نگار: hhjafari@gmail.com

۱- مقدمه

دسته لوله که آزمایشات بر روی آنها صورت می‌پذیرد را دارا می‌باشند.

اما در خصوص روش‌های مبتنی بر دینامیک سیالات محاسباتی^۱ باید اذعان داشت که مطالعات عددی ناپایداری الاستیک-سیال به اندازه مطالعات آزمایشگاهی آن صورت نگرفته است و این در حالیست که مزایای همچون هزینه کمتر، امکان استفاده برای انواع چیدمان‌های مختلف دسته لوله، امکان بررسی رفتار جریان با استفاده از حصول مشخصه‌هایی همچون خطوط جریان، توزیع چرخش میدان جریان، نیروهای نوسانی سیال بر سازه و همچنین مسیر حرکت سیلندر، جزء خصوصیات ذاتی این روش‌ها می‌باشند.

Kassera and Strohmeier [۸] ارتعاشات ناشی از جریان را در شش نوع دسته لوله کاملاً انعطاف‌پذیر به روش حجم محدود، شبکه کارترین و با استفاده از مدل‌های مختلف آشفتگی (مدل‌های $K-w$ ، LES و RSM) محاسبه نموده‌اند. ایشان دامنه نواسانات را بر اساس سرعت‌های کاهش یافته^۲ مختلف ارائه داده‌اند. نکته مهمی که در خصوص مطالعه ایشان وجود دارد این است که بدلیل استفاده از شبکه کارترین، لبه‌های سیلندرهای جاسازی شده در میدان به صورت سطوح پله‌دار در نظر گرفته شده و همین امر در دقت محاسبات ایشان تاثیر داشته است.

Schroder and Gelbe [۹] با شبیه‌سازی برهم‌کنش سازه و سیال به صورت کاملاً کوپل و استفاده از شبکه با نوع منطبق بر مرزها و همچنین مدل‌های مختلف آشفتگی (مدل‌های $K-w$ ، $K-\epsilon$ استاندارد، $K-\epsilon$ غیرخطی و $K-\epsilon$ دولایه‌ای) مرز ناپایداری الاستیک-سیال را برای یک ردیف لوله کاملاً انعطاف‌پذیر و یک دسته لوله کاملاً انعطاف‌پذیر در چیدمان مثلثی نرمال بدست آورده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرده‌اند. لازم به توضیح است که ایشان از نرم‌افزار STAR-CD با روش حجم محدود و

ارتعاش ناشی از جریان عمدتاً در مبدل‌های حرارتی که دسته لوله‌های آن در معرض جریان عرضی قرار دارند، اتفاق می‌افتد. مکانیزم‌های تحریک متعددی در مبدل‌های حرارتی با جریان‌های عرضی می‌تواند وجود داشته باشد که از میان آنها مکانیزم ناپایداری الاستیک-سیال^۱ مهمترین و در عین حال پیچیده‌ترین مکانیزم تحریک بوده و در هر شرایطی باید از آن جلوگیری نمود، [۱]. این ناپایداری می‌تواند در صورت وقوع، در کوتاه مدت باعث ویرانی لوله‌های مبدل حرارتی گردد. بنابراین پیش‌بینی مرز شروع ناپایداری از اهمیت ویژه‌ای در طراحی مبدل‌های حرارتی برخوردار است.

مطالعات آزمایشگاهی متعددی در خصوص تجزیه و تحلیل ناپایداری الاستیک-سیال و مرز شروع آن در مبدل‌های حرارتی صورت گرفته بگونه‌ای که پایگاه اطلاعاتی وسیعی را در این زمینه بوجود آورده است. محققینی همچون Paidossis [۱] Pettigrew and Taylor [۲و۳]، Schroder and Gelbe [۴] و Khushnood و همکاران [۵] نتایج آزمایشات مذکور را برای جریان‌های عرضی سیال هوا، آب و جریان دوفازی جمع‌بندی و در قالب خطوط راهنمای ارتعاشی جهت طراحی مبدل‌های حرارتی ارائه نموده‌اند. این در حالیست که بررسی و پیش-بینی ناپایداری الاستیک-سیال بدلیل پیچیدگی میدان جریان و همچنین برهم‌کنش بین سازه و سیال، با استفاده از روش‌های تحلیلی بسیار مشکل می‌باشد. Chen [۶] بررسی خلاصه‌ای بر انواع مدل‌های ناپایداری داشته و نقشه‌های پایداری را بر اساس روش‌های نیمه تحلیلی و نیمه آزمایشگاهی ارائه داده است. همچنین Price [۷] انواع مدل‌های تحلیلی ناپایداری الاستیک-سیال را جمع‌آور و مورد بررسی قرار داده است. لازم به توضیح است که اکثر مدل‌های تحلیلی، مبتنی بر پارامترهایی هستند که تعیین آنها احتیاج به داده‌های آزمایشگاهی بسیاری دارد. در ضمن چنین مدل‌هایی تنها قابلیت کاربرد برای چیدمان خاصی از

صلیبی شکل در رینولدز ۲۰۰ حل نموده و ضرایب برآ و پسا را بر حسب زمان ارائه داده‌اند. Kevlahan and Wadsley [۱۴] نیز با استفاده از روش جریمه حجمی تولید سه بعدی گردابه در دسته لوله صلب و انعطاف‌پذیر با نسبت گام ۱/۵ را در $180 \leq Re \leq 1000$ مورد مطالعه قرار داده‌اند.

همانطور که از مطالعات فوق‌الذکر مشاهده می‌گردد، با توجه به این واقعیت که دسته لوله جزء هندسه‌های پیچیده بوده و ارتعاش سازه در آن به پیچیدگی آن می‌افزاید، روش‌های عددی خاصی را باید جهت مدلسازی ناپایداری الاستیک-سیال مورد استفاده قرار داد. از طرفی با توجه به اینکه مطالعات عددی این پدیده به‌طور گسترده صورت نگرفته است، توسعه و استفاده از روشهای متنوع‌تر با هزینه‌های محاسباتی کمتر با هدف تحلیل میدان جریان و پیش‌بینی مرز شروع ناپایداری الاستیک-سیال، ضروری می‌باشد.

در مقاله حاضر ناپایداری الاستیک-سیال با حل جریان دوبعدی، ناپایا، لزج و آشسته در اطراف دسته سیلندره‌های استوانه‌ای صلب در چیدمان مثلثی نرمال با نسبت گام ۱.۳۲ که در آن یک سیلندر انعطاف‌پذیر قرار دارد، شبیه‌سازی شده است. شرایط شبیه‌سازی بر اساس آزمایشات صورت گرفته توسط Meskell and Fitzpatrick [۱۵] تنظیم گردیده است. از روش حجم محدود جهت حل میدان جریان استفاده شده و گسسته‌سازی مکانی معادلات بر طبق طرح پیوندی^۵ و از نظر زمانی به‌صورت کاملاً ضمنی^۶ در شبکه کارترین-جابجاشده صورت پذیرفته است. تکنیک سلول شیح^۷ برای اعمال شرط عدم لغزش بر روی مرزهای انحنا دار جاسازی شده در مختصات کارترین (سیلندره‌های استوانه‌ای) بکار برده شده و همچنین تکنیک مقدار بزرگ برای جمله چشمه^۸ را بجای اضافه کردن نیروی برگشتی به معادلات نویر

گسسته‌سازی معادلات با طرح QUICK جهت حل میدان جریان استفاده نموده‌اند.

Longatte و همکاران [۱۰] ارتعاشات تک لوله مرتعش در دسته لوله صلب را برای چیدمان درخط به روش حجم محدود، شبکه منطبق بر مرزها و مدل آشفتگی $R_p - \epsilon$ محاسبه نموده‌اند. ایشان جهت در نظر گرفتن همزمان هیدرودینامیک سیال و دینامیک سازه از فرمولاسیون لاگرانژ-اولر اختیاری^۱ برای حل مسئله استفاده نموده‌اند. لازم به یادآور است که محاسبات ایشان محدود به سرعت‌های پایین سیال است.

Lam et al. [۱۱] با استفاده از روش چرخش سطح^۲ که از جمله روش‌های مستقل از شبکه می‌باشد، ارتعاشات ناشی از جریان را در ردیف لوله و دسته لوله کاملاً انعطاف‌پذیر با چیدمان جابجاشده مورد تجزیه و تحلیل عددی قرار داده و مرز شروع ناپایداری الاستیک-سیال را برای ردیف لوله با نسبت گام ۱/۵ مورد محاسبه نموده‌اند. مطالعه صورت گرفته توسط ایشان برای سه مشخصه دینامیکی مختلف برای ارتعاش لوله‌ها محاسبه شده است.

علاوه بر مطالعات فوق‌الذکر مطالعاتی نیز در خصوص حل میدان جریان در دسته سیلندره‌های استوانه‌ای صورت گرفته است [۱۴-۱۲] که هدف آنها بیشتر تحلیل رفتار ناپایای جریان در دسته لوله بوده است نه ناپایداری الاستیک-سیال و پیش‌بینی مرز شروع آن. Sweeny and Meskell [۱۲] از روش گردابه گسسته^۳ برای حل میدان جریان در دسته لوله صلب با چیدمان مثلثی نرمال و نسبت گام ۱.۶ جهت نمایش فرکانس تولید گردابه و بررسی ساختار گذرای جریان در رینولدز ۲۲۰۰ استفاده نموده‌اند. Schneider and Farge [۱۳] با استفاده از روش جریمه حجمی^۴ میدان ناپایای جریان را در دسته لوله انعطاف‌پذیر با چیدمان مربعی و لوله‌های با مقاطع استوانه‌ای، مربعی و

5. Hybrid Scheme

6. Fully Implicit

7. Ghost-cell

8. Great Source Term Technique

1. Arbitrary Lagrange Euler (ALE)

2. Surface Vorticity Method (SVM)

3. Discrete Vortex Method

4. Volume Penalization

$$\frac{\partial}{\partial t}(v) + \text{div}(v \vec{u}) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\mu_{\text{eff}} \text{grad } v) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y},$$

(معادله ۳)

که در آن ρ دانسیته سیال، μ_{eff} ویسکوزیته موثر، \vec{u} میدان سرعت متوسط جریان، P فشار و u و v مولفه های متوسط میدان سرعت در جهت x و y می باشند. منظور مدل سازی آشفتگی جریان از مدل دو معادله ای $k-\varepsilon$ استفاده شده است، که در آن معادلات انرژی آشفتگی (k) و نرخ اتلاف انرژی آشفتگی (ε) به صورت زیر در نظر گرفته شده اند:

$$\frac{\partial}{\partial t}(k) + \text{div}(\vec{u} k) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\Gamma_k \text{grad } k) + \frac{1}{\rho} G - \varepsilon,$$

(معادله ۴)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon) + \text{div}(\vec{u} \varepsilon) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\Gamma_\varepsilon \text{grad } \varepsilon) + C_1 \frac{1}{\rho} \frac{\varepsilon}{k} G - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k},$$

(معادله ۵)

و متعاقباً:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$$

(معادله ۶)

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

(معادله ۷)

که در روابط فوق $\Gamma_k = \mu_t / \sigma_k$ و $\Gamma_\varepsilon = \mu_t / \sigma_\varepsilon$ به ترتیب ضرایب پخش برای k و ε بوده، G نرخ تولید انرژی توسط تنش های برشی آشفتگی، μ دانسیته مولکولی و μ_t دانسیته آشفتگی می باشند. عبارات C_1 ، C_2 ، σ_k و σ_ε ثوابت مدل بوده که برای مدل $k-\varepsilon$ استاندارد مورد استفاده در کار حاضر به ترتیب برابر با ۰/۴۴، ۰/۹۲، ۱ و ۱ می باشند. مقدار ضریب ثابت C_μ به صورت آزمایشگاهی تعیین می گردد ولیکن برای آن معمولاً از مقدار ۰/۰۹ استفاده می شود.

شایان ذکر است که در کار حاضر سیال تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است، بنابراین به طور خودکار مقدار دانسیته سیال در طول محاسبات ثابت در نظر گرفته می -

استوکس^۱ جهت اعمال مقادیر مورد نظر جریان (مثل مقادیر صفر برای مولفه های سرعت) در ناحیه ای که اجسام جامد جاسازی شده اند، بکار برده ایم. الگوریتم حل عددی بر مبنای روش سیمپل^۲ می باشد. برهمکنش بین سازه و سیال به صورت کاملاً کوپل بواسطه حل همزمان معادلات حاکم بر سیال و معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی صورت پذیرفته است. در روش بکار برده شده علاوه بر وجود دقت مناسب در محاسبات، دیگر احتیاجی به تولید مجدد شبکه بعد از حل معادلات حرکت سیلندر نیست و همین امر هزینه محاسبات برهم کنش سیال و سازه را به میزان قابل ملاحظه ای کم نموده است.

در ادامه، معادلات حاکم، شرایط مرزی و فرمولاسیون عددی میدان محاسباتی در بخش ۲ توضیح داده شده است. در بخش ۳ جهت اطمینان از عملکرد و صحت کد، معتبر سازی و تحلیل نتایج حاصل از حل میدان جریان در اطراف تک سیلندر استوانه ای صلب و مرتعش را در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و دیگر روشهای عددی ارائه نموده ایم. پیش بینی عددی ناپایداری الاستیک-سیال و تحلیل نتایج حاصل از آن در بخش ۴، و نهایتاً نتیجه گیری در بخش ۵ صورت گرفته است.

۲- معادلات حاکم و فرمولاسیون عددی

۲-۱ معادلات حاکم بر جریان سیال

معادلات دیفرانسیل حاکم بر میدان جریان لزج، ناپایا، تراکم ناپذیر و آشفته، بر اساس معادلات متوسط زمانی گرفته شده نویراستوکس و استفاده از تقریب بوزینسک^۳، به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\text{div}(\vec{u}) = 0,$$

(معادله ۱)

$$\frac{\partial}{\partial t}(u) + \text{div}(u \vec{u}) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\mu_{\text{eff}} \text{grad } u) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$$

(معادله ۲)

1. Navier-Stokes
2. SIMPLE
3. Boussinesq Approximation

$$C = 4\pi m \xi f_n \quad (\text{معادله ۱۰})$$

$$K = 4\pi^2 m f_n^2 \quad (\text{معادله ۱۱})$$

جهت حل معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی و محاسبه سرعت و محل سیلندر ابتدا با استفاده از روابط حاکم (معادلات ۹ و ۸) شتاب سیلندر در گام زمانی جدید $(n+1)$ بدست آمده و سپس سرعت آن به روش ضمنی اولر^۱ و محل آن به روش لکس و ندرروف^۲ به صورت گام به گام محاسبه شده است:

$$\ddot{x}^{n+1} = \frac{(F_D - Kx^n - C\dot{x}^n)}{m} \quad (\text{معادله ۱۲})$$

$$\dot{x}^{n+1} = \dot{x}^n + \ddot{x}^{n+1} \Delta t \quad (\text{معادله ۱۳})$$

$$x^{n+1} = x^n + \dot{x}^{n+1} \Delta t + \ddot{x}^{n+1} \frac{\Delta t^2}{2} \quad (\text{معادله ۱۴})$$

که در آن n بیانگر محاسبه مقادیر در گام زمانی پیشین می‌باشد. همچنین روابط فوق به‌طور کاملاً مشابه برای حرکت سیلندر در جهت y تکرار می‌گردد. بر اساس موقعیت جدید سیلندر و سرعت آن می‌توان شرط مرزی عدم لغزش را بر روی سیلندر مرتعش اعمال نمود و پس از حل میدان جریان مجدداً نیروهای پسا و برآ جدید را بدست آورد.

۲-۳ شرایط مرزی

شرایط مرزی مهم شامل، شرط مرزی در ورودی و خروجی حوزه محاسباتی و شرط مرزی نقاط داخلی و نقاط مرزی اجسام جامد جاسازی شده در میدان می‌باشند. در ورودی میدان از شرط مرزی دریشلت^۳ $(u=U)$ ، $v=0$ و $K=0.03U^2$ و $\varepsilon=K^2/0.005l$ که در آن

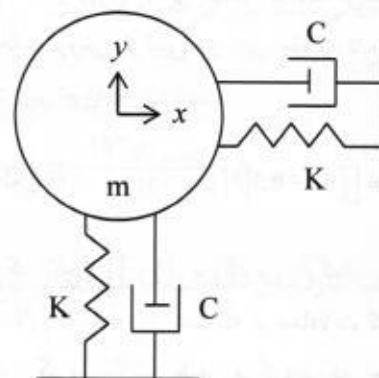
شود. در کلیه شبیه‌سازی‌های کار حاضر، جریان را به صورت غیرقابل تراکم با مشخصات $\rho=1000$ و $\mu=0.001002$ در نظر گرفته‌ایم. همچنین بدلیل اینکه در مسئله مورد نظر سطح آزاد وجود ندارد، لذا مقدار نیروهای حجمی نیز قابل صرف‌نظر می‌باشند، $(\beta_x \approx 0, \beta_y \approx 0)$. معادلات ۱ الی ۵، معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان سیال لزج، ناپایا، دوبعدی و آشفته هستند که جهت شبیه‌سازی جریان سیال حل خواهند شد.

۲-۲ معادلات حرکت سیلندر انعطاف‌پذیر

انعطاف‌پذیری و حرکت سیلندر مرتعش با استفاده از مدل جرم، فنر و دمپر در هر دو جهت جریان و عمود بر جهت جریان شبیه‌سازی شده است. (شکل ۱). بر این اساس معادلات حرکت سیلندر در جهت جریان (x) و عمود بر جهت جریان (y) به صورت زیر خواهند بود:

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_D \quad (\text{معادله ۸})$$

$$m\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F_L \quad (\text{معادله ۹})$$



شکل ۱. مدل دوبعدی سیلندر مرتعش

که در آن m جرم سیلندر در واحد طول، C ضریب میرایی، K ضریب سختی فنر، F_D و F_L به ترتیب نیروی پسا و برآ وارده بر سیلندر می‌باشند. ضریب میرایی و سختی فنر با استفاده از روابط زیر به فاکتور میرایی (ξ) و فرکانس طبیعی ارتعاش سیلندر (f_n) مرتبط می‌باشند:

1. Euler Implicit Method
2. Lax-Wendroff Method
3. Dirichlet

نقاط جابجا شده قرار دارند. در حالیکه فشار، انرژی و نرخ اتلاف انرژی آشفتگی (K, P و ε) برای نقاطی محاسبه می‌گردند که بر روی شبکه اصلی واقع شده‌اند.

۲-۵ گسسته‌سازی معادلات حاکم بر جریان سیال

در گسسته‌سازی معادلات از روش حجم محدود استفاده شده و انتگرالگیری معادلات حاکم را بر روی شبکه کارتیزین اشاره شده در بخش قبل، انجام داده‌ایم. گسسته‌سازی معادلات از نظر مکانی بر طبق روش ترکیبی (پیوندی) و از نظر زمانی به صورت کاملاً ضمنی است. معادلات گسسته شده شامل معادلات ممتوم، معادلات اصلاح فشار، اصلاح سرعت بوده که با جزئیات کامل در Patankar [۱۶] توضیح داده شده است و در اینجا از ذکر دوباره آنها خودداری می‌گردد. معادلات گسسته شده K و ε نیز از الگوی مشابهی نسبت به معادلات ممتوم تبعیت می‌کنند.

شایان ذکر است که در طول روند گسسته‌سازی، تابع $A(|P|)$ در ضرایب نقاط همسایه معادلات جبری ظاهر می‌گردد که در آن پارامتر P عدد پکلت و تابع A نیز بسته به نوع گسسته‌سازی مکانی مسئله انتخاب می‌شود. با توجه به انتخاب روش ترکیبی در این مقاله، تابع مذکور به صورت زیر تعریف شده است:

$$A(|P|) = \left[\left[0, 1 - 0.5|P| \right] \right], \quad (\text{معادله ۱۵})$$

که تابع $[[\cdot, \cdot]]$ بزرگترین آرگمان را انتخاب می‌کند. لازم به یادآوری است که در معادلات گسسته شده، عبارات S_c و S_p نیز ظاهر می‌گردند که اجزای جمله چشمه خطی شده ($\bar{S} = S_c + S_p \phi_p$) می‌باشند. گرادیان فشار نیز در جمله چشمه خطی شده معادله ممتوم، نهفته است. پارامتر ϕ_p متغیر وابسته در نقطه قطب می‌باشد که در معادلات ممتوم، مولفه‌های سرعت، در معادله پیوستگی گسسته شده، مقدار اصلاح فشار و در معادلات گسسته شده مدل آشفتگی، انرژی و نرخ اتلاف انرژی آشفتگی را شامل می‌گردد.

سرعت جریان آزاد و شعاع میدان محاسباتی جریان می‌باشند) و در خروجی از شرط مرزی نیومان ($\frac{\partial u}{\partial x} = 0$)، $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ ، $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ و $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0$ استفاده شده است.

جهت اعمال شرط عدم لغزش بر روی مرز سیلندرها ساکن، مقادیر مولفه‌های سرعت برای نقاطی از شبکه که بر روی مرز یا در داخل آن واقع هستند، برابر صفر ($u=0$ و $v=0$) و برای سیلندر مرتعش برابر با سرعت حرکت آن ($v = \dot{z}$ و $u = \dot{x}$) قرار داده شده است. همچنین بر روی جدارهای جامد از روش توابع دیواره^۱ نیز استفاده نموده‌ایم. اما روش اعمال شرط عدم لغزش بر روی مرز واقعی سیلندرها که از مشکلات روش حاضر است، در بخش‌های ۲-۷ و ۲-۸ به طور کامل توضیح داده شده است. در ادامه خواهیم دید که بدلیل استفاده از شبکه کارتیزین، مرز انحنادار سیلندر به طور کامل بر نقاط شبکه منطبق نیست و همین امر ما را ملزم به استفاده از تکنیک سلول شیخ نموده است.

به منظور اعمال مقادیر مشخص شده متغیرهای جریان برای اجسام جاسازی شده در میدان (سیلندرها (استوانه‌ای) از تکنیک مقدار بزرگ برای جمله چشمه که در زیر بخش ۲-۶ تشریح شده است، استفاده نموده‌ایم. بدین ترتیب مقادیر مورد نظر به طور کاملاً مستقیم و بدون استفاده از نیروی بازخورد بعنوان جواب میدان، در نقاط مورد نظر اعمال می‌گردند.

۲-۴ تولید شبکه

در کار حاضر، از شبکه کارتیزین- جابه‌جاشده^۳ غیر یکنواخت استفاده شده و شبکه در ناحیه‌ای که اجسام جامد قرار گرفته‌اند، ریزتر گردیده است. در این نوع شبکه محاسبه مولفه‌های سرعت (u و v) برای نقاطی صورت می‌گیرد که بر روی وجوه حجم کنترل اصلی و عبارتی

1. Neumann
2. Wall Functions
3. Staggered Grid

گردد، لذا هزینه محاسبات بالا رفته و اجرای آن نیز پیچیده است [۱۷]. تکنیک دیگر که در روش حجم محدود استفاده می‌گردد، روش سلول شبح می‌باشد. در این تکنیک، سلول شبح به سلولی گفته می‌شود که توسط مرز فیزیکی قطع شده باشد و نقاط محاسبه مقادیر جریان در آن، در داخل مرز واقع گردد. در این روش پس از شناسایی سلول‌های شبح، با استفاده از میانبایی (در زیربخش ۲-۸ توضیح داده می‌شود) از روی نقاطی که خارج مرز در میدان جریان واقع شده‌اند، مقادیر جریان به گونه‌ای برای نقاط سلول شبح محاسبه می‌گردند که شرط عدم لغزش بر روی مرز اصلی جسم ارضاء گردد [۱۸].

قبل از انجام میانبایی می‌بایستی که سلول‌های شبح انتخاب گردند. با توجه به اینکه در این مقاله از شبکه جابجا شده استفاده می‌شود، برای هر سلول، محل محاسبه فشار و مولفه‌های سرعت متفاوت است که این نکته باید به‌طور جدی مدنظر قرار گیرد. همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است برای انتخاب سلول‌های قطع شده ابتدا فاصله چهار گوشه تمام سلول‌های شبکه تا مرکز قرارگیری هر سیلندر محاسبه شده است. اگر فاصله تمام این چهار گوشه بزرگتر از شعاع سیلندر باشد، سلول خارجی، اگر تمام چهار فاصله کوچکتر از شعاع باشند، سلول داخلی، و اگر برخی بزرگتر و برخی کوچکتر از شعاع سیلندر باشند، آنگاه سلول از نوع قطع شده می‌باشد. در شکل ۲ سلول‌های قطع شده برای شبکه اصلی به رنگ خاکستری و سلول‌های قطع نشده داخلی، به‌صورت هاشور خورده مشخص شده‌اند. اگر محل محاسبه مقادیر جریان (مثل فشار برای شبکه اصلی) داخل مرز سیلندر واقع گردند (نقاط G1، G2 و G3) به سلول قطع شده، سلول شبح گفته شده و مقادیر جریان به کمک میانبایی در این نقاط بعنوان شرط مرزی تعیین می‌گردد و اگر خارج مرز سیلندر واقع شوند (نقاط F1، F2 و F3) هیچ میانبایی یا تاثیری روی مقادیر آنها صورت نمی‌پذیرد و مقادیر آنها در میدان حل محاسبه خواهد شد.

۲-۶ شناسایی اجسام جامد جاسازی شده در میدان

حل میدان جریانی که اجسام جامد جاسازی شده (یا موانع) در آن وجود دارد، با غیر فعال کردن حجم‌های کنترلی که بر روی این موانع قرار می‌گیرند و فعال نگه داشتن آنهایی که در میدان جریان واقع می‌شوند، صورت می‌پذیرد. این عملیات با قراردادن مقادیر مناسب برای متغیر وابسته ϕ در نواحی غیرفعال انجام می‌شود که در مقاله حاضر با استفاده از تکنیک مقدار بزرگ برای جمله چشمه، صورت گرفته است. در این روش هر مقدار دلخواه ϕ (مثل مقادیر میانبایی شده برای u و v بر روی نقاط مرزی سیلندر) می‌تواند بعنوان حل میدان جریان قرار گیرد که این کار با تنظیم S_C و S_P در جمله چشمه خطی شده، به صورت زیر امکانپذیر است:

$$S_C = 10^{30} \phi_{P,desired} \quad (\text{معادله ۱۶})$$

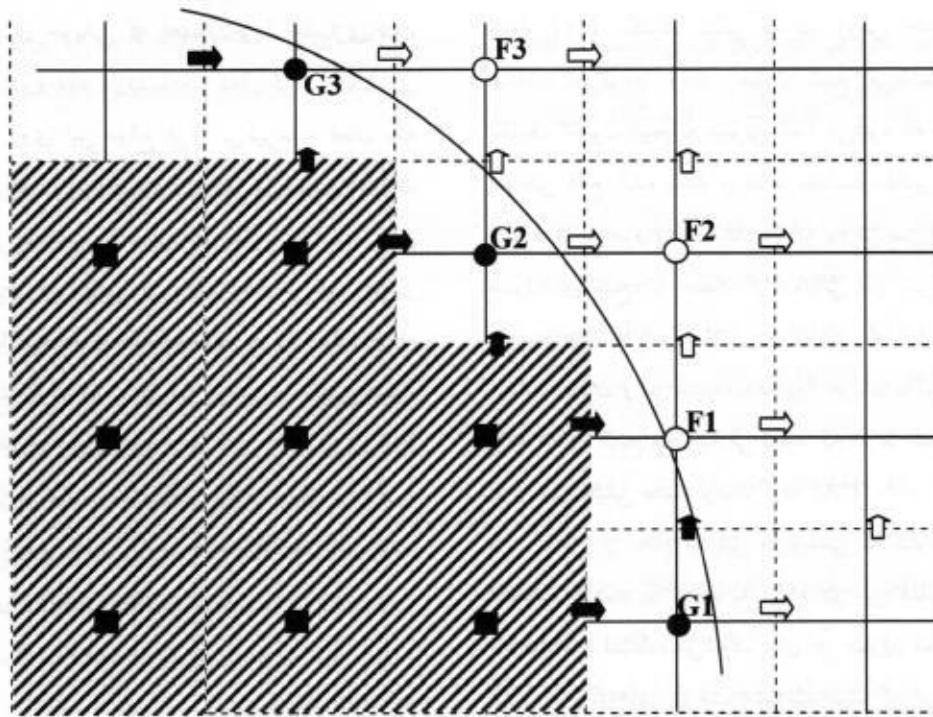
$$S_P = -10^{30} \quad (\text{معادله ۱۷})$$

که در آن 10^{30} بیانگر مقدار بزرگی است که دیگر ترم‌های معادله گسسته شده ممتوم در مقابل آن قابل صرنظر کردن می‌باشند. بنابراین خواهیم داشت:

$$S_C + S_P \phi_P \approx 0.0 \Rightarrow \phi_P = -\frac{S_C}{S_P} = -\frac{10^{30} \phi_{P,desired}}{-10^{30}} = \phi_{P,desired} \quad (\text{معادله ۱۸})$$

۲-۷ انتخاب سلول‌های قطع شده و سلول‌های شبح برای سیلندر

در این زیربخش و زیربخش بعدی، می‌خواهیم بگونه‌ای مشکل اعمال شرط عدم لغزش را بر مرز منحنی شکل سیلندرها که بر نقاط شبکه کارترین منطبق نیستند، حل نماییم. یکی از راه‌حل‌ها، بکارگیری تکنیک سلول قطع شده^۱ است که منجر به استفاده از گسسته‌سازی متفاوت برای آن دسته از نقاط شبکه که به مرز نزدیک هستند، می-



شکل ۲. سلول‌های قطع شده توسط مرز سیلندر و نمایش محل مؤلفه‌های سرعت در شبکه‌های جابجا شده. سلول‌های هاشور خورده، سلول‌های اصلی غیرفعال می‌باشند و سلول‌های خاکستری، سلول‌های اصلی قطع شده. \blacksquare محل مؤلفه سرعت u برای سلول شیخ جابجا شده u . \blacktriangle محل مؤلفه سرعت v برای سلول شیخ جابجا شده v . \bullet محل محاسبه فشار در سلول شیخ شبکه اصلی. \Rightarrow محل مؤلفه سرعت u در میدان جریان. \Uparrow محل مؤلفه سرعت v در میدان جریان. \circ محل محاسبه فشار در سلول واقع در میدان جریان برای شبکه اصلی.

ریز شود. واضح است که این امر از نظر محاسباتی امکانپذیر نیست. اگر با ابعاد متداول شبکه چنین کاری صورت پذیرد، توزیع فشار نوسانی در اطراف سیلندر بدست می‌آید. هدف از اجرای تکنیک سلول شیخ، جلوگیری از بوجود آمدن همین توزیع فشار نوسانی است. به منظور اجرای روش سلول شیخ، از میانبایی خطی پیشنهاد شده توسط مرجع [۱۸] استفاده شده است. در این مرجع نشان داده شده است که فرض تغییرات خطی مقادیر جریان در نزدیک مرز فیزیکی، تقریباً از دقت یکسانی با فرض تغییرات مرتبه ۲ برخوردار است و دقت مرتبه دوم گسسته‌سازی معادلات را حفظ می‌نماید. لذا در این مقاله نیز از میانبایی خطی استفاده نموده‌ایم. اگر فرض کنیم که ϕ متغیر وابسته برای مقادیر جریان (مثل فشار یا

رویه اشاره شده در بالا برای شبکه‌های جابجا شده u و v نیز صادق بوده و عیناً تکرار می‌گردد. نهایتاً در شکل ۲ محلهایی از شبکه‌های جابجا شده که در آنها مقادیر سرعت u و v بعنوان شرط مرزی (به کمک میانبایی) تعیین می‌گردد با فلش‌های توپر مشکی و محل‌هایی که مقادیر این سرعت‌ها توسط خود میدان بدست خواهد آمد، با فلش‌های توخالی نمایش داده شده است.

۲-۸ اعمال شرط عدم لغزش برای سیلندر

یکی از راه‌حل‌های ساده جهت اعمال شرط عدم لغزش، برابر صفر قرار دادن مؤلفه‌های سرعت در نقاط مرزی انتخاب شده در بخش قبل است (هم نقاط شیخ و هم نقاط جریان نزدیک مرز فیزیکی). انجام این کار وقتی منجر به جواب صحیح می‌گردد که ابعاد شبکه تا بی‌نهایت

روش شبه-ضمنی برای معادلات پیوندخورده با ترم فشار می‌باشد. مهم‌ترین مراحل الگوریتم سیمپل شامل حدس میدان فشار، حل معادلات مستوم، محاسبه باقیمانده کل (b)، اصلاح فشار و سرعت، حل دیگر معادلات دیفرانسیل برای ϕ (معادلات K و ϵ) و تکرار تمام مراحل تا همگرایی کامل ($b \approx 0.0$) می‌باشد. (Patankar [۱۶]).

۲-۹-۲ معیار همگرایی

مقادیر باقیمانده‌ها بهترین فاکتور جهت تنظیم معیار همگرایی در الگوریتم حل عددی هستند. این باقیمانده‌ها شامل باقیمانده‌های معادلات مستوم در جهت x و y و همچنین باقیمانده معادله اصلاح فشار که از معادله پیوستگی بدست آمده است، می‌باشند. مقدار بسیار کوچک برای باقیمانده معادله اصلاح فشار (b) به معنی ارضاء معادله پیوستگی و حصول اطمینان برای متوقف نمودن تکرارهای الگوریتم سیمپل است. در مقاله حاضر، شرط همگرایی، رسیدن مقدار باقیمانده کل در معادله اصلاح فشار (پیوستگی) به کمتر از مقدار 10^{-6} تنظیم شده است.

۲-۹-۳ برهمکنش سازه و سیال

رویه مدلسازی برهمکنش سازه و سیال به‌منظور محاسبه ارتعاشات ناشی از جریان با حل همزمان معادلات حرکت سیال و سازه در هر گام زمانی به‌صورت کاملاً کوپل صورت پذیرفته است (شکل ۳).

همانطور که در شکل ۳ ملاحظه می‌گردد در ابتدا میدان جریان حل شده و نیروهای وارده از طرف سیال به سازه محاسبه می‌گردد، سپس با حل معادلات حرکت سازه می‌توان موقعیت و سرعت جدید آن را جهت اعمال شرط مرزی جسم بدست آورد. مراحل فوق در هر گام زمانی تا مدت مورد نظر برای اجرای برنامه تکرار خواهند شد. لازم به یادآوری است که با توجه به استفاده از شبکه کارترین و نوع متد مورد استفاده دیگر احتیاجی به تولید مجدد شبکه با توجه به محل جدید سیلندر نبوده و فقط احتمال تغییر سلول‌های شبیح با توجه به محل جدید سیلندر وجود دارد.

مولفه‌های سرعت) باشد، آنگاه تغییرات مقادیر جریان در نزدیکی مرز طبق رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Phi = a + bx + cy \quad (\text{معادله } ۱۹)$$

که در آن a و b ضرایب ثابت، x و y مختصات محل محاسبه ϕ می‌باشند. برای اینکه مقدار ϕ در نقطه شبیح (ϕ_G) تعیین گردد، احتیاج به سه نقطه با مقدار معلوم است تا در ابتدا بتوان مقدار ضرایب ثابت را تعیین نمود. سپس به راحتی می‌توان با استفاده از رابطه ۱۹ مقدار ϕ_G را مشخص و بعنوان شرط مرزی تنظیم کرد. سه نقطه‌ای که جهت تعیین ضرایب ثابت معادله ۱۹ در این مقاله استفاده شده‌اند عبارتند از:

۱. نقطه روی مرز اصلی سیلندر که از محل برخورد خط گذرنده از هر نقطه شبیح (G) و مرکز سیلندر، با محیط سیلندر بدست می‌آید و مقدار ϕ در آن همان شرط مرزی است. مثلاً اگر $\phi = u$ باشد و سیلندر ساکن، مقدار ϕ صفر اختیار خواهد شد.
۲. دو تا از نقاط خارجی (F) که نزدیکترین نقاط به نقطه روی مرز اصلی سیلندر می‌باشند. مقدار ϕ در این دو نقطه از روی حل میدان جریان در تکرار قبلی، مشخص می‌باشد.

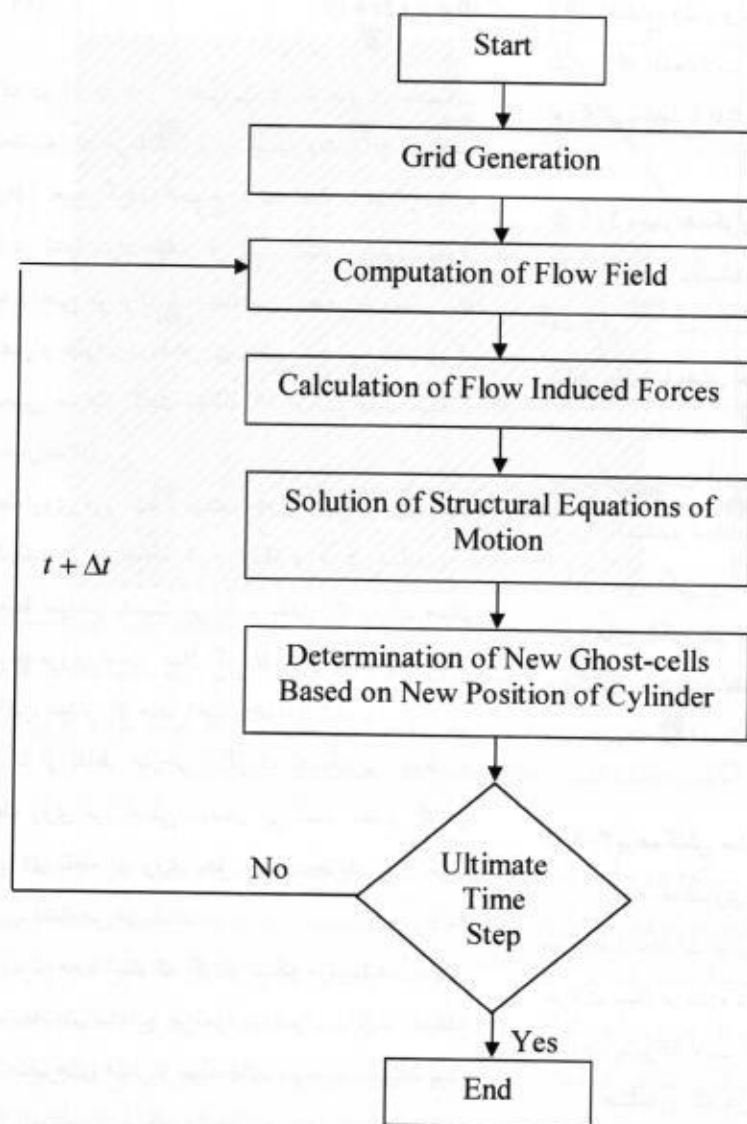
باید توجه داشت که اگر از شبکه مرتب‌شده بجای شبکه جابجاشده استفاده می‌نمودیم ضرایب ثابت معادله ۱۹ برای متغیرهای فشار و مولفه‌های سرعت، یکسان بود، ولی بدلیل استفاده از شبکه جابجاشده، محل محاسبه فشار و سرعت متفاوت بوده و بدین ترتیب ضرایب متفاوتی برای هر یک محاسبه خواهد شد.

۲-۹-۲ الگوریتم حل عددی

۲-۹-۱ رویه حل عددی میدان جریان

رویه حل عددی میدان جریان در این مقاله بر اساس روش سیمپل انتخاب شده است. نام سیمپل برگرفته از

از این رو هزینه محاسبات در این روش نسبت به روش‌های مبتنی بر شبکه‌های منطبق بر مرز جسم، بسیار پایین‌تر می‌باشد.



شکل ۳. الگوریتم مدلسازی برهمکنش سازه و سیال

استوانه‌ای مرتعش در رینولدز ۱۰۰۰۰ تا ۱۵۰۰۰ ارائه شده است.

به منظور مقایسه نتایج شبیه‌سازی در این بخش با دیگر نتایج عددی و آزمایشگاهی، پارامترهای بدون بعد مختلفی استفاده نموده‌ایم که به صورت زیر تعریف شده‌اند:

۳- جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای ساکن و مرتعش

در این بخش میدان جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای جهت بررسی صحت و دقت رویه عددی مورد استفاده، حل گشته است. در ابتدا استقلال نتایج از ابعاد شبکه با حل جریان در اطراف سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰۰۰۰ و سپس معتبرسازی روش برای سیلندر

در روابط فوق D قطر سیلندر، F_D و F_L به ترتیب نیروی پسا و برآ (شامل پسا و برآی فشاری و اصطکاکی)، f فرکانس تولید گردابه (در رینولدزهایی که تولید گردابه وجود دارد) و t زمان می‌باشد. نیروهای برآ و پسای اصطکاکی با محاسبه تانسور تنش و بردار نرمال سطح در هر نقطه مرزی روی سیلندر و انتگرال‌گیری از حاصلضرب داخلی آنها روی سطح سیلندر بدست می‌آیند. همچنین برآ و پسای فشاری با داشتن توزیع فشار در میدان، قابل محاسبه می‌باشند. عدد استروهال، فرکانس بدون بعدی است که در آن گردابه‌ها از انتهای سیلندر جدا می‌گردند. فرکانس تولید گردابه (f) که در عدد استروهال وجود دارد، از روی فرکانس نوسان ضریب برآ (فقط برای رینولدزهایی که تولید گردابه وجود دارد) بدست می‌آید.

$$\text{Re} = \frac{\rho U D}{\mu} \quad \text{(معادله ۲۰): عدد رینولدز}$$

$$C_D = \frac{F_D}{0.5 \rho U^2 D} \quad \text{(معادله ۲۱): ضریب پسا}$$

$$C_L = \frac{F_L}{0.5 \rho U^2 D} \quad \text{(معادله ۲۲): ضریب برآ}$$

$$C_p = \frac{p}{0.5 \rho U^2} \quad \text{(معادله ۲۳): ضریب فشار}$$

$$St = \frac{fD}{U} \quad \text{(معادله ۲۴): عدد استروهال}$$

$$T = \frac{tU}{D} \quad \text{(معادله ۲۵): زمان بدون بعد}$$

جدول ۱. ضرایب پسا برای جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰۰۰۰ و برای شبیه‌سازی‌های A تا D (N_D : تعداد سلول‌های شبکه در طول قطر سیلندر) در مقایسه با دیگر مطالعات عددی و آزمایشگاهی.

Re=10000		
مرجع	C_D	St
Present work: A coarser grid ($N_{\text{cells}}=100 \times 100$, $N_D=10$)	1.37	0.176
Present work: B coarse grid ($N_{\text{cells}}=120 \times 120$, $N_D=12$)	1.26	0.185
Present work: C standard ($N_{\text{cells}}=160 \times 160$, $N_D=16$)	1.08	0.192
Present work: D fine grid ($N_{\text{cells}}=200 \times 200$, $N_D=20$)	1.02	0.195
[۱۹], Experimental	1.186	0.193
[۲۰], Experimental	1.1	
[۲۱], DNS Method	1.143	0.203

$D = 0.04$ و برای دستیابی به اعداد رینولدز ۱۰۰۰۰ تا ۱۵۰۰۰، سرعت جریان آزاد به ترتیب برابر با ۰/۲۵۰۵ و ۰/۳۷۵۷۵ انتخاب شده‌اند. لازم به توضیح است که اجرای برنامه با گام زمانی $\Delta t = 10^{-3}$ صورت پذیرفته است که این مقدار حدود $0.001 T_{\text{vortex shedding}}$ بوده و به اندازه کافی برای نمایان ساختن تحریک ناشی از ریزش گردابه کوچک می‌باشد.

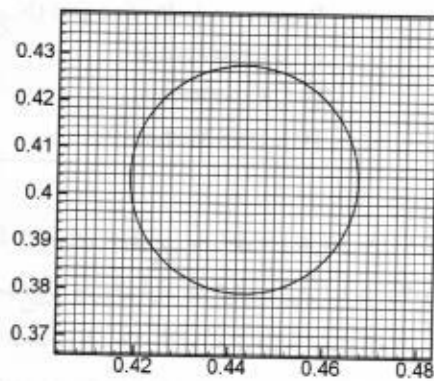
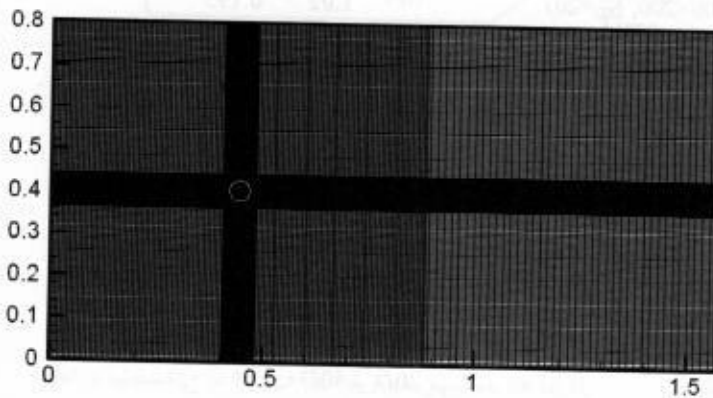
در شبیه‌سازی حاضر از یک حوزه محاسباتی مستطیلی جهت حل میدان جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای استفاده شده است (شکل ۴a). طول و عرض حوزه محاسباتی به ترتیب $40D$ و $20D$ می‌باشد که در آن D قطر سیلندر استوانه‌ای است. سیلندر استوانه‌ای بگونه‌ای در حوزه محاسباتی واقع گشته است که مرکز آن در مختصات $x=10D$ و $y=10D$ قرار می‌گیرد. جهت جریان از سمت چپ به سمت راست می‌باشد و سرعت جریان آزاد در ورودی میدان، U اختیار شده است. همچنین در تمامی شبیه‌سازی‌های صورت گرفته، قطر سیلندر برابر با

۳-۱ سیلندر استوانه‌ای ساکن

در ابتدا بررسی استقلال جواب‌ها از ابعاد شبکه، مورد مطالعه قرار گرفته است. در جدول ۱ ضریب ψ و عدد استروهال برای جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰۰۰۰ برای چهار شبکه با ابعاد مختلف در مقایسه با دیگر مطالعات عددی و آزمایشگاهی ارائه شده است. چهار نوع شبکه مذکور شامل A شبکه خیلی درشت، B شبکه درشت، C شبکه استاندارد و D شبکه ریز می‌باشد. در تمام انواع فوق، شبکه در اطراف سیلندر به‌گونه‌ای ریزتر انتخاب شده است که برای شبکه ریز تعداد ۲۰ سلول در امتداد قطر و برای شبکه خیلی درشت تعداد ۱۰ سلول در امتداد قطر سیلندر قرار می‌گیرند. شکل ۴ شبکه نوع D را به همراه محل سیلندر جاسازی شده در میدان، نشان می‌دهد. همانطور که از جدول ۱ مشاهده می‌گردد، نتایج به‌طور کامل از ابعاد شبکه مستقل است. ضریب پسای کل در شبیه‌سازی با شبکه نوع A برابر ۱/۳۷ و در شبیه‌سازی با شبکه نوع D برابر ۱/۰۲ بدست آمده و هر چه شبکه از نوع D ریزتر گردد، دیگر تغییر قابل توجهی در نتایج مشاهده نخواهد شد. همچنین

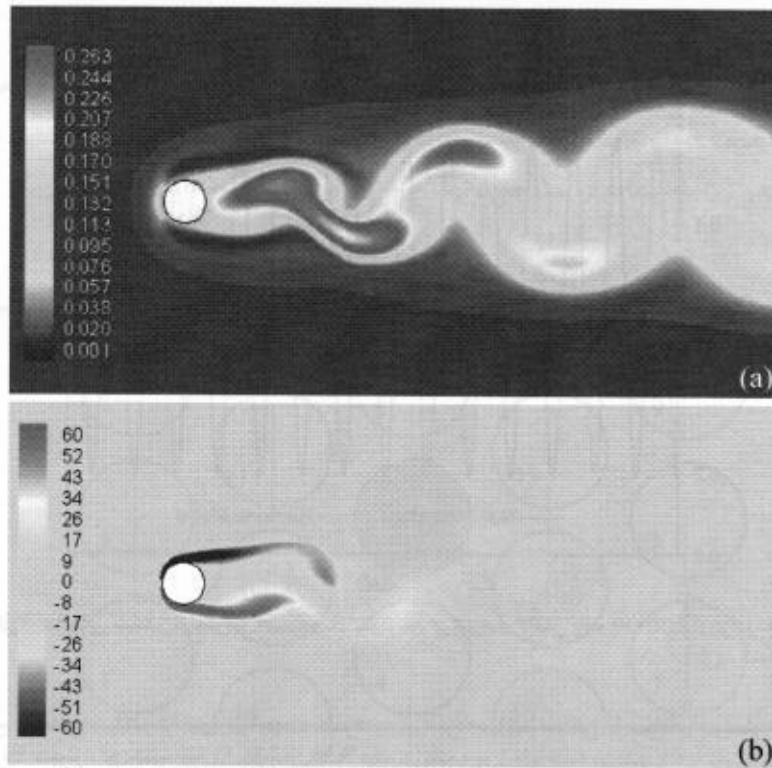
ملاحظه می‌گردد که مقدار ضریب ψ و عدد استروهال در مقایسه با دیگر مطالعات آزمایشگاهی و عددی صورت گرفته از دقت نسبتاً قابل قبولی برخوردار هستند. زین پس کلیه شبیه‌سازی‌های کار حاضر با شبکه نوع D صورت گرفته است. برای مقایسه بیشتر در شکل ۵ توزیع ویسکوزیته موثر و چرخش بدست آمده برای سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰۰۰۰ ترسیم شده است.

لازم به توضیح است که مطالعات برخی محققین نشان می‌دهد که مدل‌های آشفتگی دیگر همچون LES و روش DNS دقت بالاتری نسبت به مدل $K-\epsilon$ در شبیه‌سازی جریان در اطراف تک سیلندر (به‌خصوص پیش‌بینی نقطه جدایش و توزیع فشار) دارند ولیکن مزایایی همچون پایداری فرمولاسیون، سادگی و هزینه‌های محاسباتی کمتر از جمله عواملی است که این مدل را به یکی از رایج‌ترین مدل‌های آشفتگی تبدیل نموده است [۲۲].



شکل ۴. (a) نمای کلی شبکه در میدان محاسباتی برای جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای

(b) ناحیه بزرگنمایی شده از منطقه‌ای که سیلندر قرار دارد.

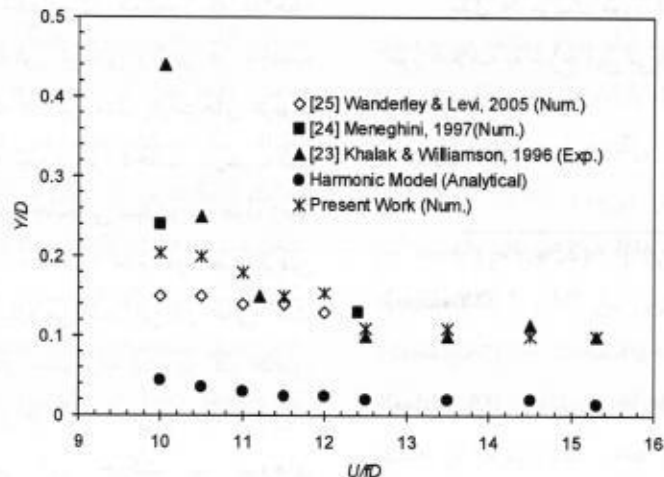


شکل ۵. توزیع ویسکوزیته موثر و چرخش بدست آمده از حل جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰۰۰۰ (a) ویسکوزیته موثر (b) چرخش.

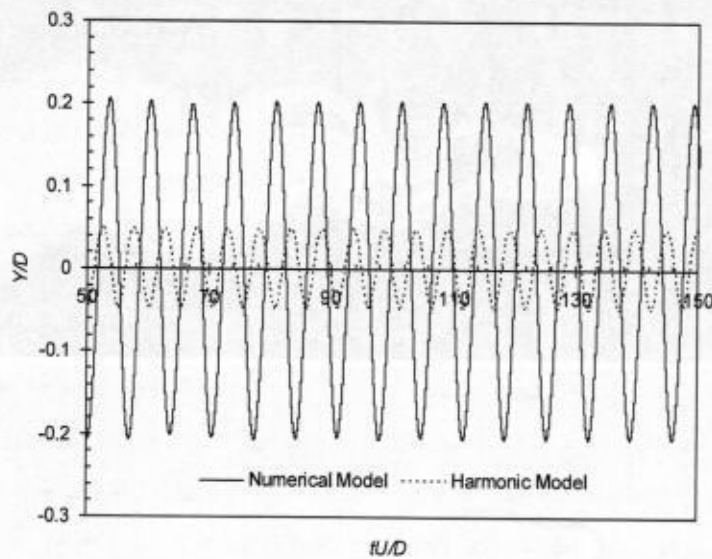
۲-۳ سیلندر استوانه‌ای مرتعش

مشخصات دینامیکی سیلندر انعطاف‌پذیر بر اساس آزمایشات صورت گرفته توسط Khalak and Williamson [۲۳] انتخاب شده است. بدین ترتیب نسبت جرم سیلندر $m/(\rho D^2) = 1.88$ ، فاکتور میرایی $\xi = 5.42 \times 10^{-3}$ و سرعت کاهش یافته $U/(f_n D) = 10-15$ در نظر گرفته

شده که متناسب با تغییر عدد رینولدز از ۱۰۰۰۰ تا ۱۵۰۰۰ می‌باشد. بر این اساس با توجه به قطر سیلندر ($D = 0.04$) و سرعت جریان آزاد در رینولدز ۱۰۰۰۰ ($U = 0.2505$) مقدار فرکانس طبیعی سیلندر باید برابر با $f_n = 0.62625$ در نظر گرفته شود. به همین ترتیب مقدار فرکانس طبیعی برای دیگر رینولدزها نیز تنظیم شده است.



شکل ۶. دامنه بدون بعد ارتعاش در جهت عمود بر جریان بر حسب سرعت کاهش یافته (سیلندر استوانه‌ای انعطاف‌پذیر)



شکل ۷. جابجایی سیلندر مرتعش بر حسب زمان بدون بعد در سرعت کاهش یافته $U/D=10$ (رینولدز ۱۰۰۰۰).

برآ سیلندر ساکن با سیلندر مرتعش نشان می‌دهد که دامنه نوسان ضریب برآ حدود سه برابر افزایش یافته است. در شکل ۷ جابجایی سیلندر مرتعش بر حسب زمان بدون بعد در سرعت کاهش یافته $U/D=10$ (رینولدز ۱۰۰۰۰) با استفاده از مدل هارمونیک و همچنین مدلسازی عددی حاضر ارائه شده است. بر اساس مطالعات آزمایشگاهی [۲۳] دامنه نوسان در این رینولدز به صورت نوسانی و با فرکانس واحد صورت می‌پذیرد که این امر در شکل نشان داده شده به طور دقیق توسط مدل عددی کار حاضر نمایان شده است.

مدل هارمونیک مورد استفاده در اشکال ۶ و ۷ به-
طور خلاصه به شرح ذیل می‌باشد [۲۶]:

$$m\ddot{y} + 2m\xi w_y \dot{y} + Ky = F_L \quad (\text{معادله } 26)$$

$$y/D = F_L / \left(K \sqrt{[1 - (w_x/w_y)^2]^2 + (2\xi w_x/w_y)^2} \right) \quad (\text{معادله } 27)$$

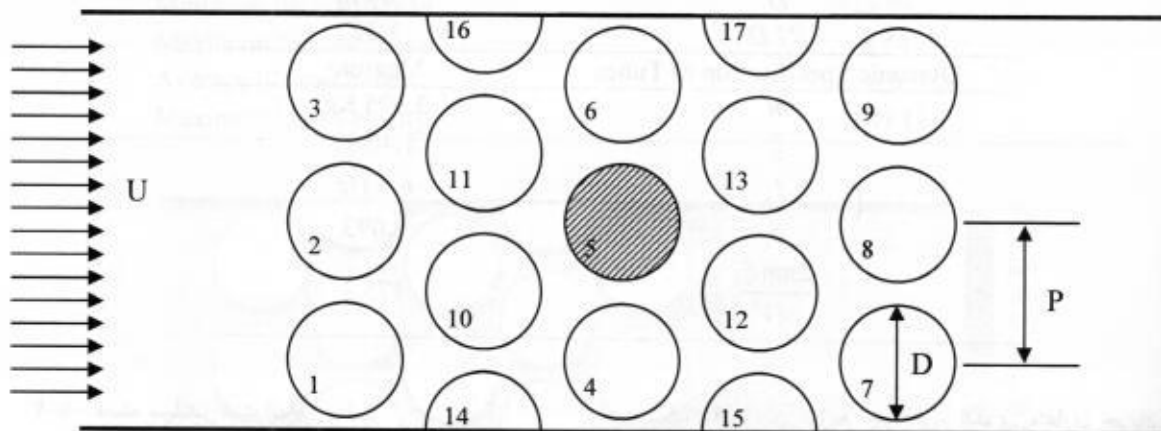
$$F_L = 0.5\rho U^2 DC_L \sin(w_x + \phi) \quad (\text{معادله } 28)$$

$$\tan(\phi) = (2\xi w_x w_y) / (w_x^2 - w_y^2) \quad (\text{معادله } 29)$$

در این بخش ارتعاش سیلندر را تنها در جهت عمود بر جریان (جهت y) در نظر گرفته‌ایم. در شکل ۶ دامنه بدون بعد ارتعاش در جهت عمود بر جریان بر حسب سرعت کاهش یافته در مقایسه با دیگر کارهای آزمایشگاهی [۲۳] و عددی [۲۴ و ۲۵] نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌گردد، نتایج عددی بدست آمده در کار حاضر سازگاری بسیار مناسبی با نتایج دیگر محققین داشته و در رینولدزهای بالاتر از ۱۰۰۰۰ نیز به نتایج آزمایشگاهی بسیار نزدیک است. در این شکل دامنه نوسان سیلندر بر حسب مدل هارمونیک نیز که در ادامه شرح می‌دهیم، محاسبه شده است. همانطور که ملاحظه می‌گردد مدل تحلیلی مذکور توانایی زیادی در محاسبه دامنه نوسان ندارد. چراکه در این مدل پارامترهای مربوط به جریان که در محاسبه نیروی برآ دخالت دارند به طور ثابت قرار می‌گیرند و سپس جابجایی سیلندر در طول زمان محاسبه می‌شود و این به معنی عدم در نظر گرفتن برهمکنش بین سیال و سازه می‌باشد. این در حالی است که در مدل‌های عددی مثل مدل ارائه شده در کار حاضر، معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی با میدان جریان حل می‌شوند و تاثیر این حرکت بر نیروهای هیدرودینامیکی در گام بعدی دیده می‌شود. مقایسه ضریب

مقادیر مربوط به محاسبه نیروی برآ مثل ضریب برآ و فرکانس طبیعی تولید گردابه را از حل میدان جریان در اطراف سیلندر مرتعش قرار داده‌ایم تا نتایج به واقعیت نزدیکتر باشد.

در روابط فوق $w_y = 2\pi f_n$ فرکانس طبیعی سازه، $w_y = 2\pi StU/D$ فرکانس طبیعی تولید گردابه که از عدد استروهال بدست می‌آید و ϕ اختلاف فاز می‌باشند. در محاسبه جابجایی سیلندر (y) با استفاده از مدل هارمونیک



شکل ۸ شماتیک جریان آزاد و چیدمان دسته لوله از نوع مثلثی نرمال: P گام چیدمان، D قطر سیلندرها و نسبت گام به قطر P/D

۴- پیش‌بینی ناپایداری الاستیک- سیال
در این بخش میدان جریان در دسته سیلندر استوانه- ای در دو حالت (الف) تمام سیلندرهاى آن صلب و (ب) یکی از سیلندرها انعطاف‌پذیر باشد، حل گشته است. هندسه مسئله و شرایط شبیه‌سازی بر اساس آزمایشات صورت گرفته توسط Meskell and Fitzpatrick [۱۵] تنظیم شده است. البته نتایج ارائه شده توسط ایشان فقط مربوط به حالت (ب) از حالات فوق‌الذکر می‌باشد.

شکل ۸ شماتیک دسته لوله مورد مطالعه در چیدمان مثلثی نرمال (۳۰) را به همراه پارامترهای مربوطه نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌گردد، نوع هندسه با نسبت گام به قطر P/D مشخص می‌شود که در آن D قطر سیلندرها و P طول گام در دسته لوله می‌باشد. نسبت گام به قطر برای مبدل‌های حرارتی بین ۱/۳ و ۲ است. لازم به توضیح است که دسته لوله با صفحات جانبی نیز محدود شده و این حالت به شرایط واقعی مبدل‌های حرارتی بسیار نزدیک است. در شبیه‌سازی حاضر عدد رینولدز بر حسب قطر سیلندرها و سرعت جریان برابر با ۱۰۰۰ الی ۲۲۰۰۰

قطر سیلندر برابر با $D=0.04$ و همچنین نسبت گام به قطر برابر $P/D=1.32$ انتخاب گشته است. تعداد سیلندرهاى داخل دسته لوله ۱۳ لوله کامل و ۴ عدد نیم- سیلندر می‌باشند که در معرض جریان عرضی ناپایا، غیرقابل تراکم، آشفتنه و لزج قرار دارند. ابعاد شبکه برابر با 80×310 بوده و در ناحیه‌ای که دسته لوله قرار دارد، شبکه بگونه‌ای ریز گشته که به‌طور مساوی تعداد ۲۰ سلول درامتداد قطر هر یک از لوله‌ها قرار می‌گیرد. مشخصات سیال، گام زمانی، شرط همگرایی و سایر شرایط در این بخش دقیقاً مثل شرایط مربوط به حل میدان جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای تنظیم گشته‌اند. بجز برای حالت (ب) که در آن سیال هوا و به‌صورت غیرقابل تراکم انتخاب شده است. لازم به یادآوری است که در شکل ۸ سیلندر مرتعش برای شبیه‌سازی حالت (ب)، سیلندر شماره ۵ می‌باشد. مشخصات سیال، دینامیک سازه و شرایط شبیه- سازی به‌طور کامل در جدول ۲ خلاصه شده است.

جدول ۲. مشخصات سیال، دینامیک سازه و شرایط شبیه‌سازی جریان در دسته لوله.

Fluid Specification	Measure
ρ	1.225 Kg/M ³
μ	1.78×10 ⁻⁵ Kg/m.s
Geometry of Tube Bundle	Measure
D	0.04 m
P/D	1.32
Dynamic Specification of Tubes	Measure
m	3.695 Kg
ξ	1.48 %
f_n	6.6 Hz
δ	0.093
$\frac{2\pi m \xi}{\rho D^2}$	175.3

۴-۱- دسته سیلندر استوانه‌ای صلب

در این بخش رفتار ناپایای جریان در دسته لوله با چیدمان مثلثی نرمال که سیلندره‌ای داخل دسته لوله همگی ساکن و غیرانعطاف‌پذیر می‌باشند، در ۸۰۰۰ برای جریان آشفته مورد بررسی واقع شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی حاضر، در قالب نمودارهای ضرایب برآ و پسا برای تمامی سیلندره‌ای دسته لوله، توزیع چرخش، توزیع فشار، خطوط جریان و توزیع ویسکوزیته موثر برای جریان آشفته ارائه شده است.

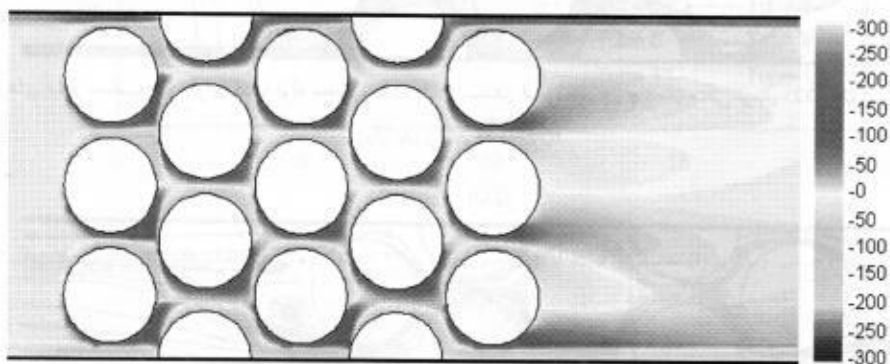
در اشکال ۹ تا ۱۲ به ترتیب توزیع چرخش، توزیع ویسکوزیته موثر، کانتورهای فشار و خطوط جریان در رینولدز ۸۰۰۰ و در زمان بدون بعد $tU/D=100$ برای چیدمان مثلثی نرمال با ۱۷ سیلندر استوانه‌ای نشان داده شده است. الگوی توزیع چرخش نشان داده شده در شکل ۹ بیانگر این مطلب است که بیشترین چرخش بر روی سطوح سیلندرها بخصوص سیلندره‌ای میانی است. البته الگوی جریان در پشت دسته لوله نیز چرخشی ولی با میزان چرخش کمتر است. تنها در نواحی قبل از ورود به دسته لوله و دور از دیواره‌ها چرخش تقریباً برابر با صفر می‌باشد، زیرا جریان با جسم جامدی در آن نواحی برخورد

ندارد. از روی توزیع چرخش، الگوی متقارن جریان در داخل دسته تیوب کاملاً قابل شناسایی است.

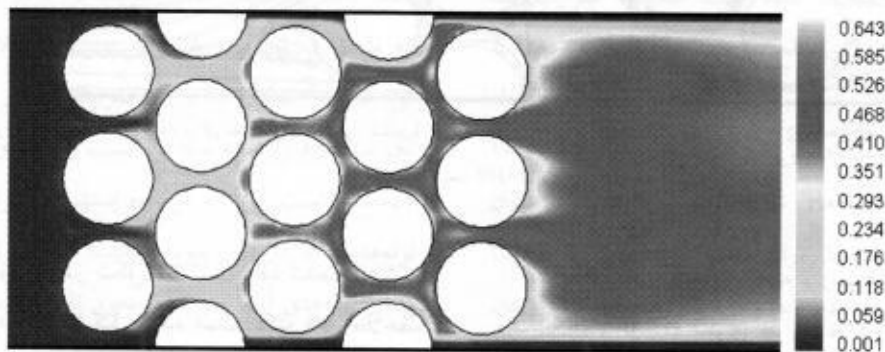
شکل ۱۰ نشان می‌دهد که اثرات آشفتگی که در قالب ویسکوزیته موثر ظاهر می‌شود در ستونهای پایانی دسته لوله و همچنین در پشت آن دارای حداکثر مقدار است. بنابراین می‌توان انتظار داشت که میزان تنش‌های برشی در این نواحی نسبت به نواحی دیگر بسیار بالاتر باشد. به همین دلیل است که ضرایب پسا برای سیلندره‌ای واقع در ستونهای آخر نسبت به ضریب پسا برای سیلندره‌ای واقع در ستونهای ابتدایی در جریان آشفته بسیار بالاتر می‌باشند. این امر در ادامه در اشکال ۱۳ و ۱۴ و جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳. نتایج بدست آمده از حل میدان جریان در دسته سیلندر استوانه‌ای صلب با چیدمان مثلثی نرمال در رینولدز ۸۰۰۰

Tube bundle arrangement	Normal Triangular with 17 cylinders
	Re=8000
Minimum drag coefficient	17.27
Maximum drag coefficient	31.33
Average drag coefficient	25.02
Minimum lift coefficient	-8.25
Maximum lift coefficient	8.25
Average lift coefficient	0.0
Maximum Gap Velocity	5.91 U



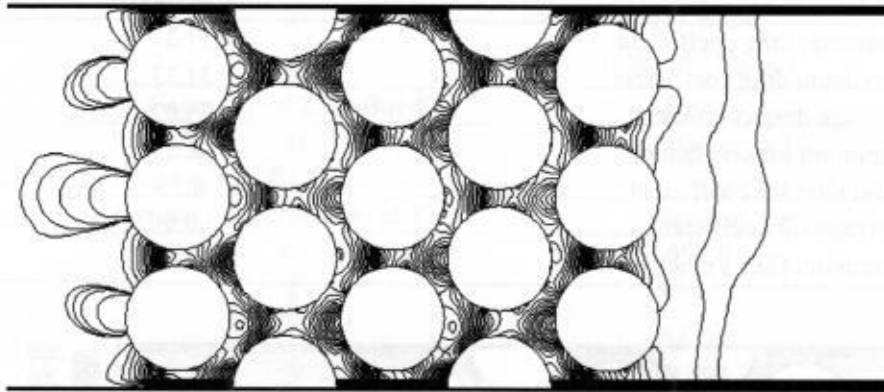
شکل ۹. میدان چرخش محاسبه شده برای دسته لوله محصور شده با ۱۷ سیلندر استوانه‌ای در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$), رینولدز ۸۰۰۰ و در زمان بدون بعد $tU/D=100$.



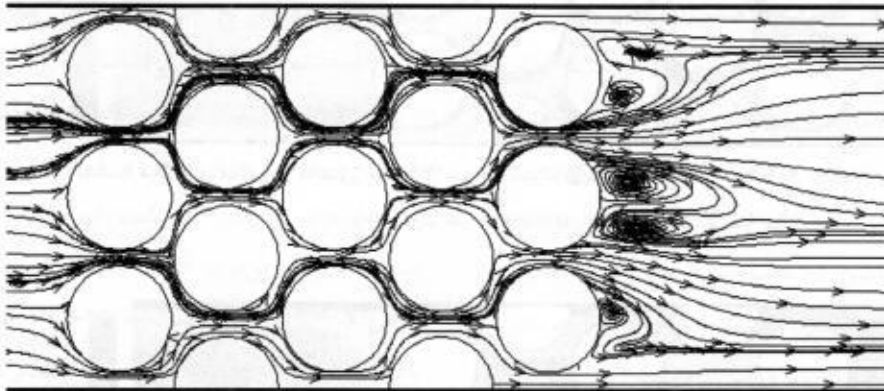
شکل ۱۰. توزیع ویسکوزیته موثر محاسبه شده برای دسته لوله محصور شده با ۱۷ سیلندر استوانه‌ای در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$), رینولدز ۸۰۰۰ و در زمان بدون بعد $tU/D=100$.

متخلخل عمل نموده و بعد از آن افت فشار بسیار بالایی اتفاق افتاده است. در داخل دسته لوله نیز جریان پس از عبور از هر ستون افت قابل توجهی داشته و توزیع فشار به صورت لایه‌ای است.

شکل ۱۱ نشان می‌دهد که افت فشار بالایی در هنگام عبور جریان از روی دسته لوله وجود دارد. به‌طور کلی به دلیل فاصله بسیار کم بین لوله‌ها و سرعت بالای جریان در هنگام ورود به آن، دسته لوله مانند محیط



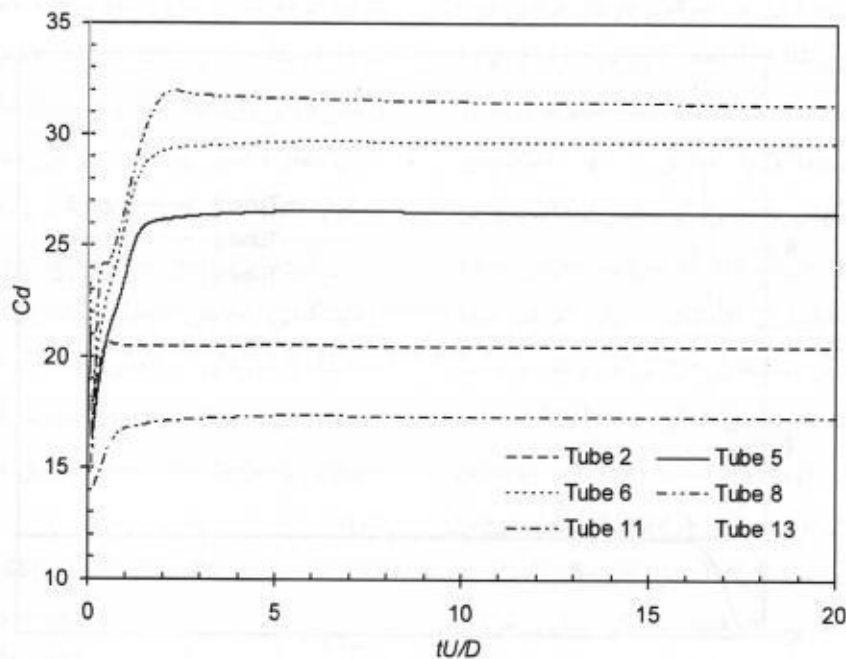
شکل ۱۱. کانتورهای فشار محاسبه شده برای دسته لوله محصور شده با ۱۷ سیلندر استوانه‌ای در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$)، رینولدز ۸۰۰۰ و در زمان بدون بعد $tUD=100$.



شکل ۱۲. خطوط جریان محاسبه شده برای دسته لوله محصور شده با ۱۷ سیلندر استوانه‌ای در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$)، رینولدز ۸۰۰۰ و در زمان بدون بعد $tUD=100$.

به‌طور کلی و با توجه به بررسی‌های صورت گرفته در اشکال ۹ تا ۱۲، الگوی جریان در داخل دسته لوله در این چیدمان و در پشت آن کاملاً دائمی است و با گذشت زمان تغییری در داخل دسته لوله نخواهیم داشت. ماهیت دائمی جریان و الگوی کاملاً متقارن آن باعث شده است که میزان متوسط ضریب برآ برای این دسته سیلندر برابر صفر باشد.

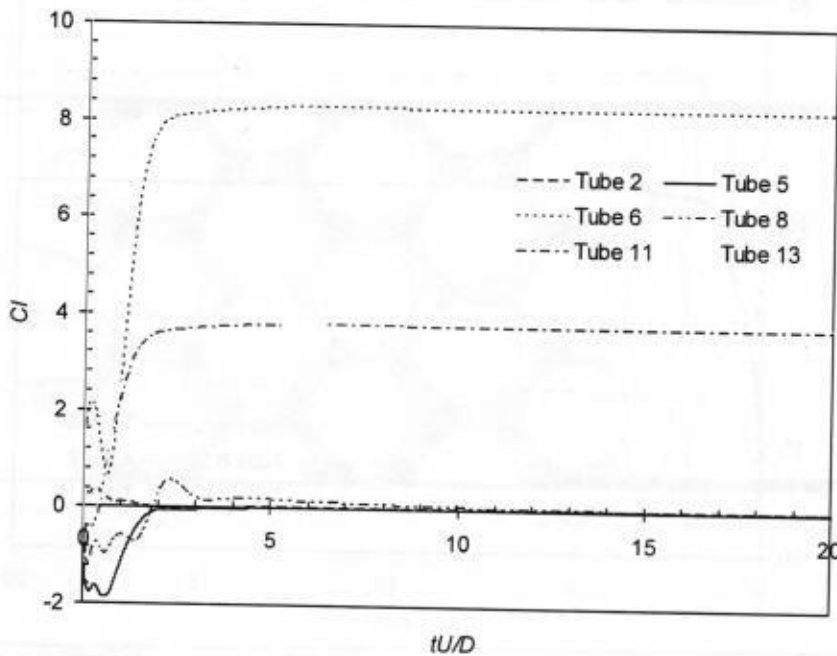
همانطور که در شکل ۱۲ نشان داده شده، در پشت سیلندرها گردابه‌ای تشکیل نشده است. نکته قابل ملاحظه این است که الگوی جریان داخل دسته لوله ماهیت دائمی داشته و با تغییرات زمان تغییری نمی‌کند. این الگوی جریان دائمی در پشت دسته لوله نیز وجود داشته و گردابه‌های پشت دسته لوله با گذشت زمان، حرکت نکرده و به پایین دست جریان نمی‌یابند و در جای خود ثابت می‌باشند.



شکل ۱۳. ضرایب پسا برحسب زمان بدون بعد برای دسته لوله محصور شده با ۱۷ سیلندر استوانه‌ای صلب در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$) و رینولدز ۸۰۰۰

است اما لوله‌های کناری به دلیل وجود دیواره دارای تقارن هندسی نبوده و در آنها نیروی برآ ظاهر می‌شود. بر این اساس حداکثر مقدار مطلق ضریب برآ برابر $8/25$ می‌باشد که متعلق به لوله‌های شش و چهار (با علامت مخالف) می‌باشد. در اشکال ۱۳ و ۱۴ ضرایب پسا و برآ برای تک تک سیلندره‌های دسته لوله بر حسب زمان بدون بعد نمایش داده شده است. لازم به توضیح است که ضرایب پسا برای لوله‌هایی که در این نمودار نیستند دقیقاً برابر با ضرایب پسای لوله‌های آینه نسبت به محور تقارن هندسی (گذرنده از مرکز لوله‌های دو، پنج و هشت) می‌باشند. این امر برای ضرایب برآ ولی با علامت مخالف نیز صادق است.

در جدول ۳ حداقل و حداکثر ضرایب برآ و پسا در دسته سیلندر و همچنین میزان حداکثر سرعت جریان در شکاف محاسبه و ارائه شده است. محاسبه ضرایب پسا برای تک تک لوله‌های واقع در دسته لوله نشان می‌دهد که حداکثر ضریب پسا برابر با $31/33$ بوده که متعلق به لوله شماره هشت است. حداقل ضریب پسا نیز برابر با $17/27$ بوده که متعلق به لوله‌های شماره ده و یازده می‌باشد. میزان ضریب پسای متوسط برای دسته لوله برابر با $25/02$ محاسبه شده است. در خصوص ضرایب برآ باید اذعان داشت که بدلیل تقارن موجود در کل دسته لوله، میزان متوسط ضریب برآ برابر صفر است. ضریب برآ صفر برای لوله‌های شماره دو، پنج و هشت نیز به دلیل تقارن، صادق



شکل ۱۴. ضرایب برآ برحسب زمان بدون بعد برای دسته لوله محصور شده با ۱۷ سیلندر استوانه‌ای صلب در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$) و رینولدز ۸۰۰۰

نشان می‌دهد که با توجه به مقدار سرعت جریان آزاد (0.2004)، نسبت سرعت بحرانی به سرعت جریان آزاد برابر با $5/91$ می‌باشد.

۲-۴- دسته سیلندر استوانه‌ای با یک سیلندر انعطاف‌پذیر مکانیزم‌های تحریک ارتعاشی متعددی در مبدل‌های حرارتی در معرض جریان عرضی وجود دارد که عبارتند از [۲]:

الف- ناپایداری الاستیک- سیال

ب- ریزش تناوبی گردابه^۲

ج- تحریک اتفاقی^۳ (ضربه ناشی از آشفتگی^۴)

د- رزونانس آکوستیک^۵

همانطور که در قبل نیز اشاره گردید، ناپایداری الاستیک- سیال از جمله مکانیزم‌های مهم تحریک در دسته

آخرین نکته قابل بررسی، تعیین میزان حداکثر سرعت در داخل دسته لوله است که به آن سرعت بحرانی گفته می‌شود و از آن در تعریف پارامترهای بدون بعد در دسته لوله‌ها مثل معیار کونورزا استفاده می‌گردد. برای مجموعه لوله‌هایی که چیدمانشان به صورت مربعی و یا مثلث‌های با اضلاع مساوی است، فضای مرکز تا مرکز لوله‌ها، P ، نامیده می‌شود. از لحاظ تئوری برای یک چیدمان مثلثی (مثل چیدمان حاضر)، سرعت بحرانی به نسبت $P/(P-D)$ از سرعت جریان آزاد بیشتر است (D قطر لوله‌ها می‌باشد). بسیاری از مؤلفان از همین رابطه برای تعیین تحلیلی سرعت بحرانی استفاده می‌نمایند، [۲۶]. بر این اساس در شبیه‌سازی حاضر می‌بایستی که حداکثر سرعت در دسته لوله مورد مطالعه، بیش از چهار برابر سرعت جریان آزاد ($4.125U$) محاسبه گردد. این در حالیست که توزیع سرعت محاسبه شده در شبیه‌سازی حاضر، سرعت بحرانی در دسته لوله را برابر با $1/18403$

2. Periodic Vortex Shedding
3. Random Excitation
4. Turbulance Buffeting
5. Acoustic Resonance

1. Connors Criteria

هدف آن مدلسازی ساپورت‌ها نبوده و همچنین تنها آستانه شروع ناپایداری را پیش‌بینی می‌کند، همخوانی بسیار خوب و قابل قبولی دارد. لذا الگو و روش انتخابی در کار حاضر دارای منطق مناسبی بوده و به نظر می‌رسد که نتایج مناسبی نیز دربر داشته باشد که در ادامه به آن پرداخته شده است.

لازم به توضیح است که در روش‌های تحلیلی-آزمایشگاهی، به‌منظور تحلیل ناپایداری الاستیک-سیال و محاسبه پارامترهای غیرخطی الاستیک-سیال، نیروهای وارده از طرف سیال بر سازه به‌صورت تابعی غیرخطی از جابجایی و سرعت سازه به‌صورت ذیل در نظر گرفته می-شود:

$$m_r \ddot{y} + C_r \dot{y} + K_r y = -m_o \ddot{y} - ((C_o + C_r) \dot{y} + \beta \dot{y}^3) - (K_r y + \alpha y^3) \quad (\text{معادله } 30)$$

که در آن m_r ، C_r و K_r جرم در واحد طول و ضرایب میرایی و سختی سازه در هوا، m_o جرم افزوده^۳ (برای سیال هوا ناچیز و برای آب قابل توجه است)، $(C_o + C_r)$ ضریب خطی میرایی افزوده^۴، β ضریب غیرخطی میرایی افزوده^۵، K_r ضریب خطی سختی افزوده^۶ افزوده^۷ و α ضریب غیرخطی سختی افزوده^۷ می‌باشند. ضرایب مذکور بعنوان پارامترهای الاستیک-سیال شناخته شده و به‌صورت آزمایشگاهی تعیین می‌شوند. اما هنگامی که از روش‌های عددی استفاده می‌گردد (همانند کار حاضر) کل ترم‌های سمت راست رابطه (۳۰) با نیروی برآ (و یا پسا برای راستای x) جایگزین می‌شود (روابط ۸ و ۹). در ادامه نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان و معادله حرکت سازه در دسته سیلندر استوانه‌ای مورد بررسی (شکل ۸) با یک سیلندر انعطاف‌پذیر ارائه شده است.

سیلندر مبدل‌های حرارتی در معرض جریان عرضی می-باشد که منجر به ارتعاش با دامنه بالای سیلندرها و نهایتاً ویرانی سازه می‌شود. در یک دسته سیلندر استوانه‌ای که در آن یکی از سیلندرها و یا تعدادی از آنها انعطاف‌پذیر هستند، افزایش ناگهانی دامنه نوسان سیلندر انعطاف‌پذیر در سرعت خاصی از جریان آزاد که سرعت بحرانی نامیده می‌شود، بعنوان ناپایداری الاستیک-سیال تعریف شده است. این پدیده در مبدل‌های حرارتی می‌تواند در مدت زمان کوتاهی باعث آسیب‌های سنگین شود، [۲۷].

نکته بسیار مهم این است که پدیده ناپایداری الاستیک-سیال از نوع مسائلی می‌باشد که در آن برهم-کنش بین سازه و سیال ذاتاً از نوع غیرخطی است. به عبارت دیگر، ارتباط بین نیروهای دینامیکی سیال و حرکت لوله به‌طور کامل غیرخطی است، همانطور که در بسیاری از مسائل از این نوع در شرایط فوق بحرانی، ارتعاش سیکل محدود^۱ نیز وجود دارد، [۱۵].

بر این اساس به‌منظور تحلیل دقیق این پدیده می-بایستی که رفتار سازه و سیال هر دو به‌صورت غیرخطی مدل شوند. حل معادلات نویراستوکس به منظور محاسبه نیروهای ناشی از جریان، رفتار غیرخطی سیال را به‌طور کامل در نظر می‌گیرد. اما به منظور شبیه‌سازی حرکت سازه عمدتاً از معادلات خطی اشاره شده، استفاده می‌گردد مگر در مواردی که این اثرات در شرایط خاص از اهمیت بیشتری برخوردار باشد. مهمترین اثرات غیرخطی سازه در پدیده ناپایداری الاستیک-سیال در مبدل‌های حرارتی عبارتند از:

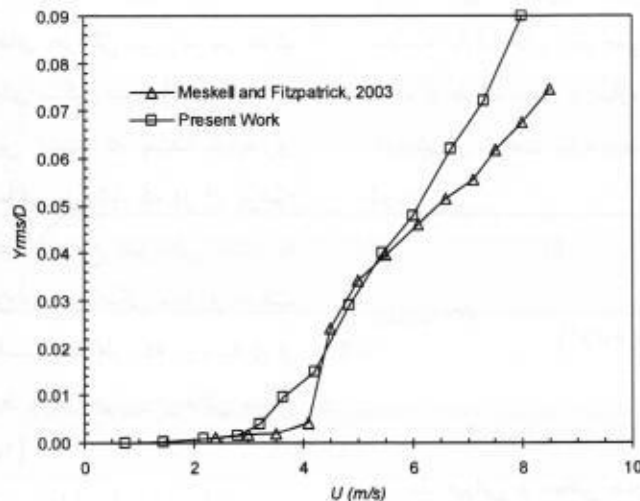
- الف- اثرات غیرخطی ناشی از برخورد سیلندرها با باقل‌ها^۲ در مبدل حرارتی
 - ب- اثرات غیرخطی ناشی از ارتعاش با دامنه بزرگ
- مطالعات آزمایشگاهی نشان داده است که موارد فوق تنها در شرایط خاصی دارای اهمیت بوده و عمدتاً استفاده از مدل خطی برای سازه با نتایج آزمایشگاهی که

3. Added Mass
4. Linear Added Damping
5. Cubic Non-linear Added Damping
6. Linear Added Stiffness
7. Cubic Non-linear Added Stiffness

1. Limit-cycle Oscillation
2. Baffles

نشده است. این شرایط دقیقاً همان شرایط آزمایشات صورت گرفته توسط [۱۵] Meskell and Fitzpatrick می‌باشد.

لازم به توضیح است که در دسته سیلندر مذکور تنها سیلندر شماره ۵ انعطاف‌پذیر بوده و مشخصات دینامیکی آن در جدول ۲ ریز شده است. این سیلندر تنها قابلیت ارتعاش در راستای عمود بر جریان (محور y) را داشته و در جهت جریان (محور x) معادلات حرکت برای آن حل



شکل ۱۵. مجذور متوسط مربعات جابجایی سیلندر انعطاف‌پذیر بر حسب سرعت جریان آزاد برای دسته لوله در چیدمان مثلثی شمال ($P/D=1.32$).

اینکه مقایسه کار حاضر با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مقداری تفاوت در پیش‌بینی مرز شروع ناپایداری وجود دارد به‌طوری‌که بر اساس نتایج آزمایشگاهی مذکور سرعت بحرانی $4/1$ متر بر ثانیه و بر اساس کار عددی حاضر $3/2$ متر بر ثانیه برآورد شده است. همچنین در سرعت‌های فوق بحرانی، میزان دامنه نوسان بیش از مقدار آزمایشگاهی بدست آمده که می‌توان آن را مربوط به ظهور تأثیرات غیرخطی سازه در دامنه‌های بزرگ ارتعاش دانست. با این وجود به‌طور کلی نتایج کار حاضر تطابق مناسب و قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است. همانطور که ملاحظه گردید سرعت بحرانی توسط کار حاضر کمتر از مقدار واقعی برآورد شده که البته در راستای افزایش ضریب اطمینان در برآورد این سرعت و طراحی مبدل‌های حرارتی است. نکته دیگر اینکه این موضوع برای دیگر روش‌های عددی (مبتنی بر سایر مدل‌های آشفتگی) نیز صادق

در این بخش حل مسئله را در سرعت‌های مختلف جریان انجام و دامنه نوسان سیلندر مرتعش را به ازای هر کدام از سرعت‌های جریان آزاد محاسبه نموده‌ایم تا بدین ترتیب بتوان مرز شروع ناپایداری یعنی سرعتی از جریان که در آن دامنه نوسان سازه با شیب زیاد شروع به افزایش می‌کند را محاسبه نماییم. این سرعت در ادبیات سرعت بحرانی نامیده می‌شود. در هر بار اجرای برنامه حل را تا جایی ادامه داده‌ایم که حرکت دائمی سیلندر شکل بگیرد.

در شکل ۱۵ مجذور متوسط مربعات^۱ جابجایی سیلندر انعطاف‌پذیر بر حسب سرعت جریان آزاد در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی رسم شده است. همانطور که ملاحظه می‌گردد در سرعت مشخصی از جریان، جابجایی سیلندر دارای افزایش با شیب سریع بوده که این امر نشان دهنده شروع ناپایداری الاستیک-سیال است. نکته قابل تأمل

1. Root Mean Square (r.m.s.)

در اشکال ۱۶ و ۱۷ ضرایب پسا و برآ برای سیلندرهای مجاور در دسته لوله بر حسب زمان بدون بعد برای حالتی که سیلندر شماره ۵ در حال ارتعاش است در رینولدز ۸۰۰۰ نمایش داده شده‌اند. همانطور که ملاحظه می‌گردد، نوسان سیلندر شماره ۵ در دسته لوله باعث بوجود آمدن میدان جریان نوسانی شده و این امر منجر به تغییر نوسانی ضرایب برآ و پسای سیلندرهای مجاور شده است. همچنین اشکال مذکور نشان می‌دهند که در ابتدای جابجایی سیلندر، نوسان میدان جریان زیاد بوده که پس از مدت کوتاهی به حالت پایدار تناوبی رسیده است. آخرین نکته در این خصوص افزایش دامنه نوسان ضریب برآ برای سیلندر شماره ۵ نسبت به حالت صلب می‌باشد که نشان می‌دهد نیروهای ناشی از جریان وابستگی شدیدی به میزان جابجایی و سرعت سیلندر مرتعش داشته و این امر بدلیل برهم کنش بین سازه و سیال است. در شکل ۱۸ جابجایی سیلندر انعطاف‌پذیر شماره ۵ بر حسب زمان بدون بعد در رینولدز ۱۰۰۰۰ (سرعت جریان آزاد برابر $3/63 \text{ m/s}$) نشان داده شده است. لازم به توضیح است که بررسی دامنه نوسان برای سرعت‌های پایین جریان نشان داده است که دامنه نوسان بعد از نوسانات اولیه میرا شده و به سمت صفر میل می‌کند. اما در سرعت‌های بیش از سرعت بحرانی ($3/2 \text{ m/s}$) میرا نشده و با افزایش سرعت، با شیب زیاد افزایش می‌یابد.

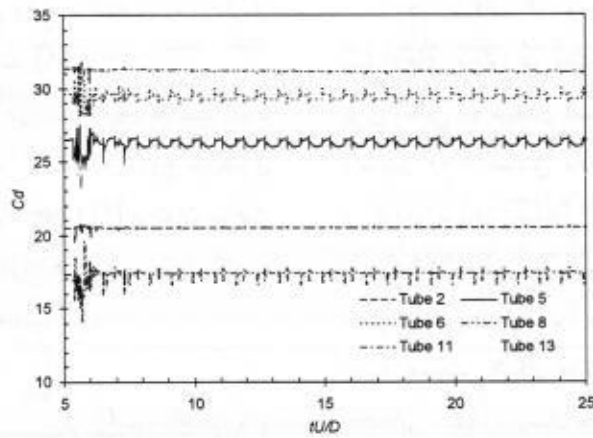
است و اکثر روش‌های عددی وقوع ناپایداری را زودتر از شرایط واقعی پیش‌بینی می‌نمایند [۹].

به منظور تحقیق بیشتر در دقت نتایج، مناسب است تا سرعت کاهش یافته شکاف^۱ در آستانه شروع ناپایداری محاسبه گردد. بر اساس پیشنهاد Chen [۶] می‌توان سرعت کاهش یافته شکاف را برای انواع هندسه با نسبت گام به قطر مختلف به صورت زیر محاسبه نمود:

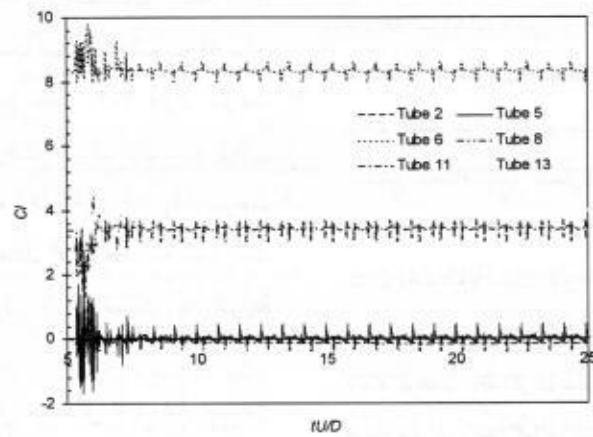
$$V_r = \left(\frac{P}{P-D}\right) \left(\frac{U}{f_n D}\right) \left(\frac{1}{2.105(P/D-0.9)}\right) \quad (\text{معادله } 31)$$

محاسبه سرعت بحرانی کاهش یافته شکاف برای مطالعه آزمایشگاهی مرجع [۱۵] با استفاده از رابطه (۳۱) مقدار $74/4$ را بدست داده است این در حالیست که برای کار حاضر با استفاده از نتایج بخش ۴-۱ میزان سرعت شکاف معادل $5/91$ برابر سرعت جریان آزاد بوده که در این صورت با استفاده از رابطه $(V_r = U_{gap}/f_n D)$ ، سرعت بحرانی کاهش یافته شکاف معادل $71/6$ محاسبه شده است که بیانگر خطای قابل قبول $3/9\%$ نسبت به شرایط آزمایشگاهی است.

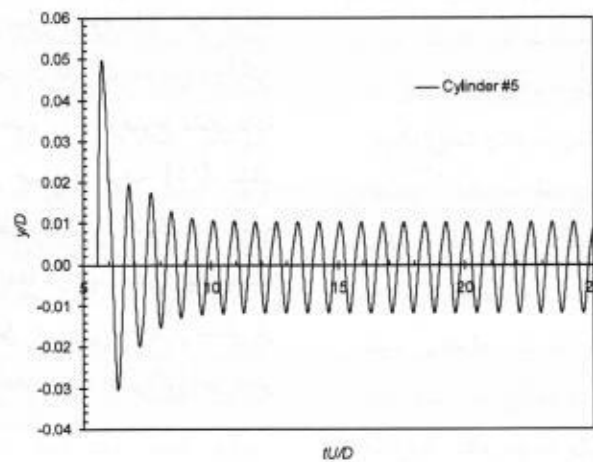
از دیگر موارد قابل تأمل در شکل ۱۵، رفتار انحنادار دامنه نوسان سازه بر حسب سرعت جریان آزاد است که خود می‌تواند بیانگر غیرخطی بوده اثرات الاستیک-سیال باشد. این بدین معنی است که بین حرکت سازه و نیروهای ناشی از جریان رابطه‌ای غیرخطی وجود دارد. این اثرات در دامنه‌های پایین ارتعاش چندان قابل توجه نبوده ولیکن در دامنه‌های بالای ارتعاش خود را به وضوح نشان داده است. مطالعات آزمایشگاهی صورت گرفته [۱۵]، نشان داده است که اثرات غیرخطی الاستیک-سیال در دسته سیلندرهایی که فاصله بین لوله‌ها در آنها خیلی زیاد نیست (مثل دسته لوله مورد بررسی در این تحقیق) بیشتر از حالتی است که فاصله بین لوله‌ها زیاد و فشردگی آنها کمتر است، می‌باشد.



شکل ۱۶. ضرایب پسا برحسب زمان بدون بعد برای دسته لوله با یک سیلندر استوانه‌ای انعطاف‌پذیر در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$) و رینولدز ۸۰۰۰



شکل ۱۷. ضرایب برآ برحسب زمان بدون بعد برای دسته لوله با یک سیلندر استوانه‌ای انعطاف‌پذیر در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$) و رینولدز ۸۰۰۰



شکل ۱۸. جایجایی سیلندر انعطاف‌پذیر برحسب زمان بدون بعد برای دسته لوله در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1.32$) و رینولدز ۱۰۰۰۰

۵- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر میدان جریان در هندسه بسیار پیچیده یک دسته سیلندر استوانه‌ای به صورت کاملاً صلب و با همچنین با یک سیلندر انعطاف‌پذیر حل گردید. روش مورد استفاده، حجم محدود بر مبنای یک روش ترکیبی و کاملاً ضمنی در گسسته‌سازی معادلات حاکم در شبکه کارترین-جابجاشده با الگوریتم سیمپل بوده است. الگوریتم مناسبی جهت انتخاب سلولهای شبح، بکار گرفته شد سپس با استفاده از میانبایی، مقادیر جریان برای سلولهای شبح بگونه‌ای تعیین گردید که شرط عدم لغزش دقیقاً بر روی مرز سیلندرهاستوانه‌ای ارضاء گردد. برای اعمال مقادیر مذکور از تکنیک "مقدار بزرگ برای جمله چشمه" استفاده نمودیم. برهمکنش بین سازه و سیال به صورت کاملاً کوپل بواسطه حل همزمان معادلات حاکم بر سیال و معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی صورت پذیرفته است. در روش بکار برده شده علاوه بر وجود دقت مناسب در محاسبات، دیگر احتیاجی به تولید مجدد شبکه بعد از حل معادلات حرکت سیلندر نیست و همین امر هزینه محاسبات برهم‌کنش سیال و سازه را به میزان قابل ملاحظه‌ای کم نموده است.

برای کالیبراسیون برنامه و بررسی صحت نتایج، جریان آشفته در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای صلب در رینولدز ۱۰۰۰۰ با روش حاضر معتبرسازی گشت. پارامترهای کلیدی جریان همچون ضریب برآ، ضریب پسا، عدد استروحال، منطقه جدایش و خیابان گردابه تطابق بسیار خوبی با نتایج سایر محققین نشان داد. سپس ارتعاش ناشی از جریان بر تک سیلندر استوانه‌ای انعطاف‌پذیر در رینولدزهای ۱۰۰۰۰ تا ۱۵۰۰۰ شبیه‌سازی و با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی اعتبارسنجی شد. نتایج نشان داد که دامنه بدون بعد نوسان دارای دقت بسیار بالاتری در مقایسه با سایر نتایج عددی است و در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی از دقت مناسبی برخوردار است.

جهت تحلیل میدان جریان در داخل دسته لوله صلب، جریان در یک دسته لوله با ۱۷ سیلندر در چیدمان مثلثی نرمال در رینولدز ۸۰۰۰ حل شد. نتایج حاصله تطابق خوبی با ادبیات داشته و تحلیل آن نشان داد که حداکثر ضریب پسا برابر با ۳۱/۳۳ بوده که متعلق به لوله شماره هشت است. حداقل ضریب پسا نیز برابر با ۱۷/۲۷ بوده که متعلق به لوله‌های شماره ده و یازده می‌باشد. میزان ضریب پسای متوسط برای دسته لوله برابر با ۲۵/۰۲ محاسبه شده است. حداکثر مقدار مطلق ضریب برآ برابر ۸/۲۵ می‌باشد که متعلق به لوله‌های شش و چهار (با علامت مخالف) می‌باشد. ضریب برآ لوله‌ای شماره دو، پنج و هشت و همچنین متوسط کل دسته لوله نیز به دلیل تقارن برابر صفر بدست آمدند.

به‌طور کلی الگوی جریان در داخل دسته لوله کاملاً صلب و در پشت آن کاملاً دائمی است و با گذشت زمان تغییری در داخل دسته لوله نخواهیم داشت. اما نتایج نشان داد که ارتعاش تک سیلندر (سیلندر شماره ۵) در دسته لوله باعث بوجود آمدن میدان جریان نوسانی شده و این امر منجر به تغییر نوسانی ضرایب برآ و پسای سیلندرها می‌گردد. مجاور شده است.

از جمله نتایج مهم این تحقیق، نمایش افزایش دامنه نوسان ضریب برآ برای سیلندر انعطاف‌پذیر نسبت به حالت صلب می‌باشد که نشان می‌دهد نیروهای ناشی از جریان وابستگی شدیدی به میزان جابجایی و سرعت سیلندر مرتعش داشته است. این امر بدلیل مدلسازی برهم‌کنش بین سازه و سیال به صورت کاملاً کوپل قابل بررسی بوده و سازگاری کاملی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

سرعت بحرانی کاهش یافته شکاف بر اساس مطالعات آزمایشگاهی مقدار ۷۴/۴ را بدست داده است این در حالیست که در کار حاضر این میزان، معادل ۷۱/۶ محاسبه شده است که بیانگر خطای قابل قبول ۳/۹٪ نسبت به شرایط آزمایشگاهی است.

- bundles." *Chemical Engineering and Processing*. 38 (1999) 621-629.
10. Longatte, E, Bendjeddou, Z., and Souli, M., "Methods for numerical study of tube bundle vibrations in cross-flows." *Journal of Fluids and Structures*. 18 (2003) 513-528.
 11. Lam, K., Jiang, G.D., Liu, Y., So, R.M.C., "Simulation of cross-flow-induced vibration of cylinder arrays by surface vorticity method." *Journal of Fluids and Structures*. 22 (2006) 1113-1131.
 12. Sweeney, C., and Meskell, C., "Fast numerical simulation of vortex shedding in tube arrays using a discrete vortex method." *Journal of Fluids and Structures*. 18 (2003) 501-512.
 13. Schneider, K., and Farge, M., "Numerical simulation of the transient flow behavior in tube bundles using a volume penalization method." *Journal of Fluids and Structures*. 20 (2005) 555-566.
 14. Kevlahan, N.K., and Wadsley, J., "Suppression of three-dimensional flow instabilities in tube bundles." *Journal of Fluids and Structures*. 20 (2005) 611-620.
 15. Meskell, C., Fitzpatrick, J.A., "Investigation of the nonlinear behaviour of damping controlled fluidelastic instability in a normal triangular tube array." *Journal of Fluids and Structures*. 18 (2003) 573-593.
 16. Patankar S.V., "Numerical heat transfer and fluid flow." Hemisphere Publishing Corporation, New York, (1980).
 17. Ye, T., Mittal, R., Udaykumar, H.S., Shyy, W., "An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries." *Journal of Computational Physics*. 156 (1999) 209-240.
 18. Tseng, Y.H., Ferziger, J.H., "A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry." *Journal of Computational Physics*. 192 (2003) 593-623.
 19. Gopalkrishnan, R., "Vortex-induced forces on oscillating bluff cylinders." Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, Cambridge, MA, USA, (1993).
 20. Zdravkovich M., "Flow around circular cylinders." Fundamental Vol. 1, Oxford University Press, Oxford, England, (1997).
 21. Dong, S. G., Karniadakis, E., "DNS of flow past a stationary and oscillating cylinder at $Re=10\ 000$." *Journal of Fluids and Structures*. 20 (2005) 519-531.
 22. Liaw K.F., "Simulation of Flow around Bluff Bodies and Bridge Deck Sections

به‌عنوان نتیجه‌گیری نهایی، روش حاضر بر مبنای شبکه کارترین قادر به شبیه‌سازی عددی جریان در هندسه‌های پیچیده همچون دسته سیلندرهاستوانه‌ای بوده و نسبت به روش‌های ارائه شده قبلی از سادگی خاصی برخوردار است. این روش ابزار قدرتمندی جهت حل مسایلی است که در آنها برهم‌کنش سازه و سیال وجود دارد و بخوبی می‌توان از آن در شبیه‌سازی ارتعاش ناشی از جریان و پیش‌بینی عددی ناپایداری الاستیک-سیال در مبدل‌های حرارتی استفاده نمود.

مراجع

1. Paidoussis, M.P., "A review of flow-induced vibrations in reactor and reactor components." *Nuclear Engineering and Design*. 74 (1983) 31-60.
2. Pettigrew, M.J., Taylor, C.E., "Vibration analysis of shell-and-tube heat exchangers: an overview—Part 1: flow, damping, fluidelastic instability." *Journal of Fluids and Structures*. 18 (2003a) 469-483.
3. Pettigrew, M.J., Taylor, C.E., "Vibration analysis of shell-and-tube heat exchangers: an overview—Part 2: vibration response, fretting-wear, guidelines." *Journal of Fluids and Structures*. 18 (2003b) 485-500.
4. Schroder, K., and Gelbe, H., "New design recommendations for fluid-elastic instability in heat exchanger tube bundles." *Journal of Fluids and Structures*. 13 (1999) 361-379.
5. Khushnood, S., Khan, Z.M., Malik, M.A., Koreshi, Z.U., Anwar Khan, M., "A review of heat exchanger tube bundle vibrations in two-phase cross-flow." *Nuclear Engineering and Design*. 230 (2004) 233-251.
6. Chen, S.S., "Guidelines for the Instability Flow Velocity of Tube Arrays in Cross-Flow." *Journal of Sound and Vibration*. 93 (3) (1984) 439-455.
7. Price, S.J., "A review of theoretical models for fluid-elastic instability of tubes in cross-flow." *Journal of Fluids and Structures*. 9 (1995) 463-518.
8. Kassera, V., Strohmeier, K., "Simulation of tube bundle vibrations induced by cross-flow." *Journal of Fluids and Structures*. 11 (1997) 909-928.
9. Schroder, K., and Gelbe, H., "Two- and three-dimensional CFD-simulation of flow-induced vibration excitation in tube

- Publications, Southampton, UK. (1997) 409-418.
25. Wanderley, J.B.V., Levi, C.A., "Vortex induced loads on marine risers." *Ocean Engineering*. 32 (2005) 1281-1295.
 26. Blevines, R.D., "Flow-Induced Vibration.", 2nd edition, Van Nostrand Reinhold, New York, (1990).
 27. Paidoussis, M., "Flow-induced vibrations in nuclear reactors and heat exchangers (practical experiences and state of knowledge)." In: Naudascher, E., Rockwell, D. (Eds.), *Practical Experiences with Flow-Induced Vibration*. Springer, Berlin, (1979) 1-81.
 23. Khalak, A., Williamson, C.H.K., "Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping." *Journal and Fluids and Structures*. 10 (1996) 455-472.
 24. Meneghini, J.R., Saltara, F., Bearman, P.W., "Numerical simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder." In: Anagnostopoulos, P., Carlomagno, G.M., Brebbia, C.A. (Eds.), *Computational Methods and Experimental Measurements*. Computational Mechanics using CFD." Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, University of Nottingham, England, (2005).