

## روش جدید طراحی صفحه ستون دایره‌ای تحت بار با خروج از محوریت زیاد

مرتضی نقی‌پور<sup>\*</sup>، مجید دلورانی و نسرین جعفری مبین

دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، دانشکده عمران

تاریخ ثبت اولیه: ۱۳۸۶/۷/۱۰، تاریخ دریافت نسخه اصلاح شده: ۱۳۸۷/۹/۶، تاریخ پذیرش قطعی: ۱۳۸۷/۱۰/۵

**چکیده** صفحه ستون‌های دایره‌ای بیشتر برای ستون‌های لوله‌ای شکل در پل‌های معلق کابلی، دکل‌های انتقال نیرو و تیرهای برق استفاده می‌شود. برخلاف صفحه ستون‌های مربع مستطیلی، در زمینه طراحی صفحه ستون‌های دایره‌ای تاکنون روش دقیقی به صورت مدون و مستند ارائه نشده است. این مقاله با بیان روابط ریاضی، به تشریح روشی با دقت بالا جهت طراحی این صفحات پرداخته است که به‌کارگیری این روش مستلزم انجام فرایند تکرار سعی و خطا در حل معادله تعادل لنگر است. سپس از طریق نمودارهایی به مقایسه نتایج حاصل از طراحی به دو روش جدید و موجود [۱] به‌ازای پارامترهای مختلف طراحی می‌پردازد و محدوده مورد اطمینان جهت به‌کارگیری روش تقریبی را ارائه می‌نماید. نتایج نشان می‌دهد که روش تقریبی همواره مورد اطمینان نیست و فقط در شرایطی خاص پاسخ‌های پذیرفتنی دارد. درحالی‌که روش جدید ارائه‌شده در این مقاله در هر شرایطی با اطمینان جوابگوست.

**کلمات کلیدی** صفحه ستون‌های دایره‌ای، بارهای با خروج از محوریت، معادلات تعادلی، روش دقیق.

## Exact Method in Design of Circular Base Plate under Large Eccentric Loads

M. Naghipour<sup>\*</sup>, M. Delvarani and N. Jafari Mobin

Babol University of Technology, Department of Civil Eng

**Abstract** Circular base plates are commonly used for pipe columns, such as pylons in cabled-stayed bridges, lighting poles and electric power line posts. Against rectangular base plates, an exact method has not been presented about design of circular base plates in the classified and well-documented form. Therefore, this paper by expression of mathematic formulas describes on exact method to design these plates which use of this method requires an iteration approach to solve the equilibrium moment equation. Then it compares by presented graphs obtained designing results from exact and existing method [1], in return for different design parameters and demonstrates safe limits to use of approximate method. The results show that approximate method commonly will not be safe and can demonstrate reasonable results under specified conditions. Whereas exact method has been presented in this paper is safe and replies reasonably under any conditions.

**Keywords** Circular Base plate, Eccentric loads, Equilibrium equations, Exact method.

<sup>\*</sup>عهده‌دار مکاتبات

نشانی: دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، دانشکده عمران.

تلفن: ۰۱۱۱\_۳۲۳۲۰۷۱، پیام‌نگار: m-naghi@nit.ac.ir

## ۱- مقدمه

اثر آن حتی دورترین میل مهار به کشش نیفتد:  $(0 < e \leq \frac{R^2}{4y_1})$ .

۳. بارمحوری و لنگر خمشی بزرگ (به طوری که تحت اثر

آن دسته‌ای از میل مهارها به کشش می‌افتند:  $(e > \frac{R^2}{4y_1})$ .

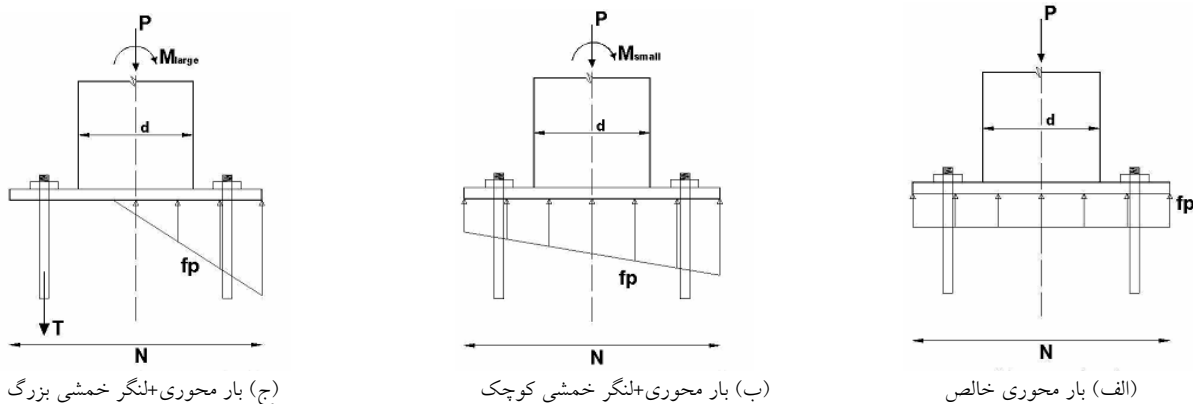
R شعاع صفحه ستون دایره‌ای،  $Y_1$  فاصله دورترین میل مهار از محور ستون و  $e$  خروج از محوریت بار است. این مقاله به ارائه روش دقیق محاسباتی صفحه پای ستون دایره‌ای تحت بارگذاری نوع سوم می‌پردازد. برای تعیین دقیق نحوه توزیع تنش، بایستی صفحه پای ستون را ورق انعطاف‌پذیر بر روی بستری صلب در نظر بگیریم. اما عملاً در طراحی، برای اجتناب از پیچیدگی‌های ناشی از اندرکنش ورق انعطاف‌پذیر و پی، معمولاً ورق را به صورت صلب در نظر می‌گیرند. در نتیجه توزیع تنش تماسی بین صفحه پای ستون و پی به صورت خطی خواهد بود. شکل ۱ توزیع تنش بین صفحه پای ستون دایره‌ای و پی را با فرض عملکرد صلب صفحه برای حالات مختلف بارگذاری، نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود در دو حالت (الف) و (ب) برخلاف حالت (ج) میل مهارها نقشی در تحمل کشش ایفا نمی‌کنند.

صفحه ستون‌ها در سازه‌های فولادی ضمن انتقال بارهای سازه به پی ساختمان، تنش‌های ناشی از نیروهای وارده به آن را در حد تنش مجاز پی کاهش می‌دهند. به عبارت دیگر وظیفه اصلی این صفحات کاهش تنش‌های موجود در روی سطح پی و رساندن آنها به حد تحمل و مجاز مصالح پی است.

بسته به مقطع ستون، صفحه ستون می‌تواند مربع-مستطیل یا دایره‌ای باشد. عموماً صفحات پای ستون مستطیلی برای ستون‌های فولادی با مقطع I شکل و بال پهن مناسب است و صفحات دایره‌ای بیشتر برای ستون‌های لوله‌ای شکل استفاده می‌شود که از جمله می‌توان ستون پل‌های با مهار کابلی، دکل‌های خطوط انتقال نیرو و تیرهای برق را نام برد.

صفحه پای ستون می‌تواند تحت اثر سه حالات بارگذاری واقع شود:

۱. بار محوری خالص
۲. بار محوری و لنگر خمشی کوچک (لنگری که تحت



شکل ۱. توزیع تنش تماسی بین صفحه پای ستون دایره‌ای و پی.

حالت  $e \leq \frac{R^2}{4y_1}$  خواهد شد. برای برون محوریت بیشتر از مقدار فوق، کشش به دسته‌ای از میل مهارها منتقل می‌شود.

### ۳- روش دقیق محاسباتی

رفتار صفحات پای ستون دایره‌ای درحالتی که  $e > \frac{R^2}{4y_1}$

است با دیگر حالات بارگذاری کاملاً متفاوت است. در این حالت، امکان ایجاد تنش کششی در قسمتی از محل تماس صفحه با پی به وجود می‌آید. چون پی و صفحه قادر به تحمل تنش‌های کششی نیستند، بایستی از میل مهار جهت تحمل کشش در طراحی صفحات پای ستون استفاده کرد. در شکل ۲ توزیع تنش و کرنش برای مجموعه ستون و صفحه تحت بار محوری با خروج از محوریت بزرگتر از  $\frac{R^2}{4y_1}$  نشان داده شده است. در این حالت بارگذاری با سه مجهول مواجه هستیم:

۱.  $f_p$ : حداکثر تنش تماسی فشاری.
۲.  $A$ : طولی از صفحه پای ستون که تنش‌های تماسی فشاری را به پی منتقل می‌کند.
۳.  $T$ : برآیند نیروی کششی ایجادشده در میل مهارهای تحت کشش.

در طراحی حداکثر تنش تماسی فشاری  $f_p$  را برابر تنش مجاز تماسی فشاری  $f_p$  می‌گیرند. بنابراین تعداد مجهولات به دو کاهش می‌یابد و برای حل مسئله به نیاز به دو معادله خواهیم داشت. معادلات عبارتند از:

الف. معادله تعادل نیروها در راستای عمود بر صفحه:

$$\sum F_n = 0 \Rightarrow P + T = R_c \quad \text{رابطه (۲)}$$

تنش‌های تماسی  $f_p$  در صفحه پای ستون همانند بارگذاری در یک تیر طره‌ای به طول  $(R - ar)$  است که در آن خمش به وجود می‌آورد.  $\alpha$  ضریبی است که بیانگر محل وقوع مقطع بحرانی است. این ضریب عمدتاً  $0/8$  لحاظ می‌گردد؛ مگر در صورت استفاده از ورق تقویتی که مقدار آن را برابر یک در نظر می‌گیرند [۱].

تنش موجود حداکثر تماسی  $f_p$  بایستی از تنش مجاز تماسی  $f_p$  کوچکتر باشد. آئین نامه AISC، تنش مجاز تماسی فشاری  $f_p$  را بر روی پی‌های بتنی به صورت رابطه زیر پیشنهاد می‌کند [۵،۲]:

$$F_p = 0/35 f'_c \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 0/7 f'_c \quad \text{رابطه (۱)}$$

$f'_c$ : مقاومت فشاری ۲۸ روزه نمونه بتنی استوانه‌ای شکل استاندارد،  $A_1$ : مساحت صفحه پای ستون و  $A_2$ : حداکثر مساحت پی هم‌مرکز و متشابه با صفحه پای ستون است. آئین نامه AISC 2005 نیز مشابه رابطه فوق را پیشنهاد می‌کند.

### ۲- طراحی صفحه پای ستون دایره‌ای تحت بار

$$\left( e > \frac{R^2}{4y_1} \right) \text{ محوری و لنگر خمشی بزرگ}$$

حد پایین محدوده فوق با استفاده از تعریف تار خشی

$x = \frac{R^2}{4e}$  خواهد شد که  $X$  فاصله تار خشی تا محور میانی صفحه است. با توجه به شکل تا زمانی که  $X$  بین  $Y_1$  و  $R$  قرار دارد در دورترین میل مهار کشش اتفاق نمی‌افتد؛ لذا در این

$\bar{x}_c$ : فاصله مرکز حجم تنش فشاری تا نقطه تنش صفر  
 و  $M_c$ : لنگر ناشی از برآیند تنش فشاری تماسی ( $R_c$ ) حول  
 نقطه تنش صفر است.

$$\Rightarrow P(A - R + e) + T(A - R - A') = M_c$$

با جای گذاری معادله (۲) در (۳) خواهیم داشت:

$$\Rightarrow P(e + A') + R_c(A - R - A') = M_c \quad (۴)$$

در ادامه ثابت می شود که مجهولات رابطه فوق همگی  
 توابعی از  $A$  هستند و این معادله فقط یک مجهول مستقل دارد.  
 ابتدا  $A'$  (فاصله برآیند نیروی کششی میل مهارهای تحت کشش  
 تا محور ستون) را در نظر می گیریم:

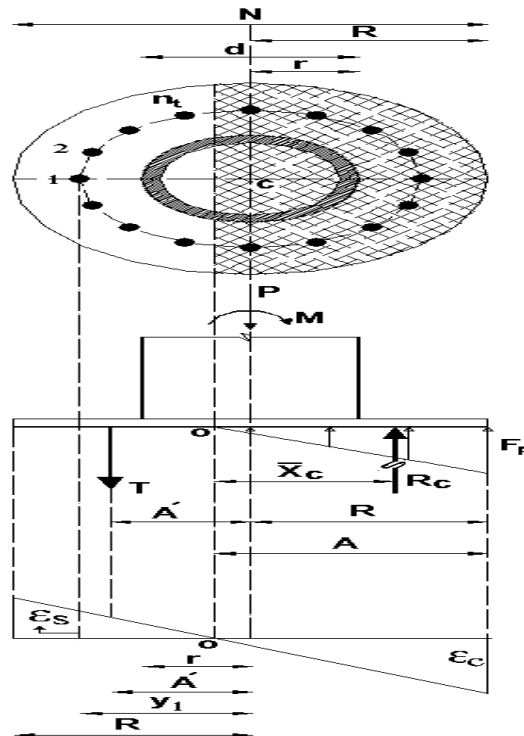
$$A' = \frac{T_1 y_1 + 2 \sum_{i=2}^{n_t} T_i y_i}{T_1 + 2 \sum_{i=2}^{n_t} T_i} \quad (۵)$$

$T_1$ : نیروی کششی در دورترین میل مهار تحت کشش،  $y_1$ :  
 فاصله دورترین میل مهار تحت کشش تا محور ستون،  $T_i$ :  
 نیروی کششی در میل مهار  $i$  تحت کشش،  $y_i$ : فاصله میل مهار  $i$   
 تحت کشش تا محور ستون و  $n_t$  تعداد ردیف میل مهارهای  
 تحت کشش است.

اگر  $y = 0$  را در محل محور ستون و جهت دورترین  
 میل مهار تحت کشش را جهت مثبت  $y$  در نظر بگیریم، می توان  
 رابطه زیر را برای به دست آوردن کرنش هر میل مهار به کار برد:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_s \frac{y_i - A + R}{y_1 - A + R} \quad (۶)$$

نیروی کششی در میل مهار  $i$  برابر است با  $[\varepsilon]$ :



شکل ۲. صفحه پای ستون تحت بار محوری و لنگر خمشی بزرگ.

$P$ : نیروی محوری،  $T$ : برآیند نیروی کششی میل  
 مهارهای تحت کشش و  $R_c$ : برآیند تنش فشاری تماسی است  
 که در مرکز حجم تنش وارد می شود.  
 ب. معادله تعادل لنگر در هر نقطه دلخواه:

$$\sum M_O = 0$$

$$\Rightarrow P(A - R) + P.e - T(A' - (A - R)) = \int x dR_c \quad (۳)$$

$A'$ : فاصله برآیند نیروی کششی میل مهارهای تحت  
 کشش تا محور ستون است. می دانیم:

$$\int x dR_c = \bar{x}_c \times R_c = M_c$$

بنابراین  $A'$  تابعی از  $A$  است.

حال اگر مطابق شکل ۳،  $R_c$  (برآیند تنش فشاری تماسی که در مرکز حجم تنش وارد می‌شود) را در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$dR_c = \frac{x}{A} F_p B_x dx \Rightarrow R_c = \int dR_c = \frac{F_p}{A} \int x B_x dx$$

در حالت کلی برای تمام مقادیر  $A$  [۳]:

$$B_x = 2\sqrt{R^2 - (A - R - x)^2}$$

$$\Rightarrow R_c = \frac{2F_p}{A} \int_0^A x \sqrt{R^2 - (A - R - x)^2} dx \quad \text{رابطه (۹)}$$

اگر  $y = A - R - x$  قرار دهیم خواهیم داشت:

$$R_c = \frac{2F_p}{A} \int_{A-R}^{-R} (A-R-y) \sqrt{R^2 - y^2} (-dy) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$\Rightarrow R_c = \frac{2F_p}{A} \left\{ (A-R) \left[ \frac{A-R}{2} \sqrt{R^2 - (A-R)^2} + \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{A-R}{R} + \frac{\pi}{4} R^2 \right] + \frac{1}{3} \left[ R^2 - (A-R)^2 \right]^{3/2} \right\}$$

بنابراین  $R_c$  نیز تابعی از  $A$  است.

بالاخره اگر  $M_c$  (لنگر ناشی از برآیند تنش فشاری تماسی حول نقطه تنش صفر) را در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

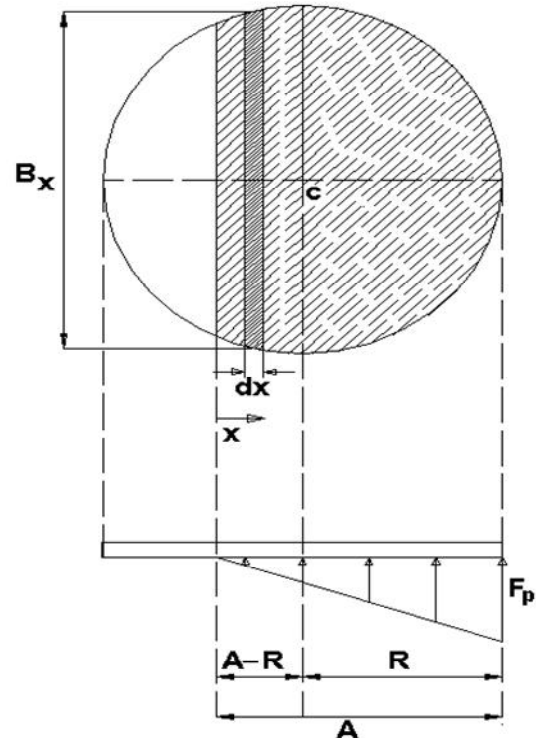
$$M_c = \int x dR_c = \frac{2F_p}{A} \int_0^A x^2 \sqrt{R^2 - (A - R - x)^2} dx \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$T_i = \sigma_i \cdot A_b = E_s \cdot \epsilon_i \cdot A_b = E_s \cdot A_b \cdot \epsilon_s \frac{y_i - A + R}{y_1 - A + R}$$

$$\Rightarrow T_i = T_1 \frac{y_i - A + R}{y_1 - A + R} \quad \text{رابطه (۷)}$$

که  $\sigma_i$ : تنش در میل مهار  $i$ ،  $A_b$ : سطح مقطع میل مهار و  $E_s$ : مدول الاستیسیته فولاد است. در اینصورت رابطه  $A'$  برابر خواهد بود با:

$$\Rightarrow A' = \frac{y_1(y_1 - A + R) + 2 \sum_{i=2}^{n_t} y_i(y_i - A + R)}{(y_1 - A + R) + 2 \sum_{i=2}^{n_t} (y_i - A + R)} \quad \text{رابطه (۸)}$$



شکل ۳. توزیع تنش در صفحه پای ستون.

اگر  $y = A - R - x$  قرار دهیم خواهیم داشت:

$$M_c = \frac{2F}{A} \int_{A-R}^{-R} ((A-R)-y)^2 \sqrt{R^2-y^2} (-dy) \quad (۱۲)$$

$$\Rightarrow M_c = \frac{2F}{A} \left\{ (A-R)^2 \left[ \frac{A-R}{2} \sqrt{R^2-(A-R)^2} + \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{A-R}{R} + \frac{\pi R^2}{4} \right] + \frac{2}{3} (A-R) \left[ R^2-(A-R)^2 \right]^{\frac{3}{2}} + \frac{R^4}{8} \left[ \arcsin \frac{A-R}{R} - \frac{1}{4} \sin(4 \arcsin \frac{A-R}{R}) + \frac{\pi}{2} \right] \right\}$$

بنابراین  $M_c$  نیز تابعی از  $A$  خواهد بود.

می توان گفت معادله (۴) مجهولاتی دارد که هر یک توابعی از  $A$  هستند. بدیهی است حل این معادله پیچیده به سادگی امکان پذیر نخواهد بود؛ لذا در حل آن از روش تکرار سعی و خطا به ازای مقادیر مختلف  $A$  استفاده می کنیم تا طرفین معادله (۴) برابر گردد. بنابراین با داشتن  $R_c$  متناظر با آن از رابطه (۲) مقدار برآیند نیروی کششی میل مهارها ( $T$ ) به دست می آید.

در انتها باید کنترل شود که نیرو در دورترین میل مهار تحت کشش (که با توجه به یکسان بودن سطح مقطع میل مهارها و خطی بودن کرنش و در نتیجه تنش، بیشترین نیرو را تحمل می کند) از مقدار مجاز بیشتر نشود:

$$T = T_1 + 2 \sum_{i=2}^{n_t} T_i \quad (۱۳)$$

$$\Rightarrow T_1 = T_{\max} = \frac{T}{1 + \frac{2}{y_1 - A + R} \sum_{i=2}^{n_t} (y_i - A + R)} \leq F_t A_b$$

$F_t$ : تنش مجاز کششی میل مهارها،  $A_b$ : سطح مقطع هر یک از میل مهارها و  $T_1$ : نیروی کششی ایجاد شده در دورترین میل مهار

تحت کشش است. در این صورت به ازای  $R$  در نظر گرفته شده تنش ها از حد مجاز تجاوز نخواهد کرد.

در نهایت مطابق شکل ۴، ضخامت صفحه ستون دایره ای یعنی  $t_p$  با داشتن  $A$  محاسبه می شود:

$$\frac{f_p}{F_p} = \frac{A - (R - \alpha r) + x}{A}$$

$$\Rightarrow f_p = \frac{F}{A} (A - (R - \alpha r) + x)$$

$$dR_c = f_p B_x dx \quad ; B_x = 2\sqrt{R^2 - (\alpha r + x)^2}$$

$$\Rightarrow M_{cr} = \int_0^{R - \alpha r} x dR_c$$

$$= \frac{2F}{A} \int_0^{R - \alpha r} x (A - (R - \alpha r) + x) \sqrt{R^2 - (\alpha r + x)^2} dx$$

با در نظر گرفتن  $\alpha r + x = y$  خواهیم داشت:

$$M_{cr} = \frac{2F}{A} \int_{\alpha r}^R (y - \alpha r)(A - R + y) \sqrt{R^2 - y^2} dy$$

از حل انتگرال فوق  $M_{cr}$  به صورت رابطه ۱۴ خواهد بود:

$$M_{cr} = \frac{2F}{A} \left\{ \frac{R^4}{8} \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\alpha r}{R} + \frac{1}{4} \sin(4 \arcsin \frac{\alpha r}{R}) \right] + \frac{A - R - \alpha r}{3} (R^2 - (\alpha r)^2)^{\frac{3}{2}} - \alpha r (A - R) \left[ \frac{\pi}{4} R^2 - \frac{\alpha r}{2} \sqrt{R^2 - (\alpha r)^2} - \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{\alpha r}{R} \right] \right\} \quad (۱۴)$$

لذا ضخامت صفحه نیز از رابطه (۱۵) به دست می آید:

این صفحات ارائه داده است. محدوده  $e \geq R$  زیرمجموعه‌ای از

محدوده  $e > \frac{R^2}{4y_1}$  مورد بحث در روش دقیق است.

#### ۱-۴. فرض‌های روش تقریبی دجین لیو

۱. رفتار صفحه در محدوده الاستیک است.
۲. ماکزیمم تنش فشاری تماسی برابر تنش مجاز فشاری  $F_p$  است.
۳. تحت خروج از محوریت زیاد، محدوده تحت تنش کمتر از نیمی از سطح کل صفحه دایره‌ای است.
۴. برآیند تنش فشاری وارده در مرکز سطح تحت فشار صفحه واقع شده است.
۵. اگر  $e \geq R$  باشد به‌ازای تمامی مقادیر  $A$ ، تنها نیمی از کل میل مهارهای تعبیه‌شده در صفحه، در کشش عمل می‌کنند. این یک فرض ساده‌کننده و البته محافظه‌کارانه است.

۶. فاصله مقطع بحرانی از محور ستون که در تعیین ضخامت صفحه لحاظ می‌شود، باید  $0/8$  برابر بعد خارجی ستون دایره‌ای باشد. در صورت استفاده از قطعات تقویتی، این فاصله می‌تواند برابر بعد خارجی ستون باشد.

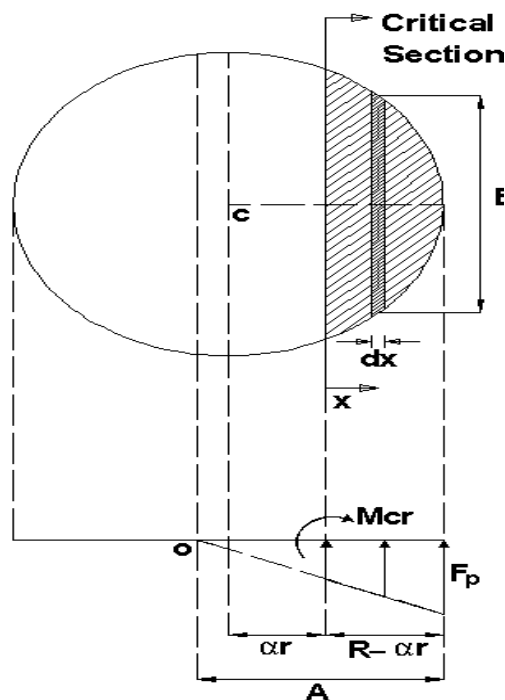
باتوجه به شکل ۵ معادلات تعادل عبارت‌اند از:

الف. معادله تعادل نیروها در راستای عمود بر صفحه:

$$P + T = R_c \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

ب. معادله تعادل لنگر حول محل برآیند نیروی میل مهارها:

$$P(e + A') = R_c \left[ \frac{N}{2} - (A - C) + A' \right] \quad \text{رابطه (۱۷)}$$



شکل ۴. توزیع تنش در مقطع بحرانی.

$$f_b = \frac{M_{cr}}{W} \leq F_b \Rightarrow W = \frac{t^2}{3} \sqrt{R^2 - (\alpha r)^2} \geq \frac{M_{cr}}{F_b}$$

$$\Rightarrow t_p \geq \sqrt{\frac{3M_{cr}}{F_b \sqrt{R^2 - (\alpha r)^2}}} \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

#### ۴- بررسی روش تقریبی دجین لیو برای $e \geq R$

دجین لیو [۱] به طراحی صفحات پای ستون دایره‌ای تحت بار محوری با خروج از محوریت زیاد  $e \geq R$  پرداخته و با بیان فرض‌های ساده‌کننده‌ای، روابطی تقریبی برای طراحی

۴-۲- پیشنهادهای دجین لیو

همان طور که مشاهده می شود دو رابطه تعادل به کار گرفته شده عیناً در روش دقیق نیز آمده است؛ اما تنها تفاوت روش تقریبی در این است که مقدار  $R_c$  را به صورت زیر پیشنهاد کرده است:

$$R_c = F_p \frac{C}{A} A_{seg} \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

$A_{seg}$ : مساحت سطح تحت فشار است. مرجع [۱] با استناد به مفاد آیین نامه ای روابطی را برای محاسبه  $C$ ،  $A_{seg}$  و متغیرهای وابسته ارائه کرده و در نهایت با محاسبه لنگر در مقطع بحرانی به کمک روابط آیین نامه ای، ضخامت صفحه را به صورت رابطه زیر بیان کرده است:

$$t_p = \sqrt{\frac{6M_{pl}}{F_b}} \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

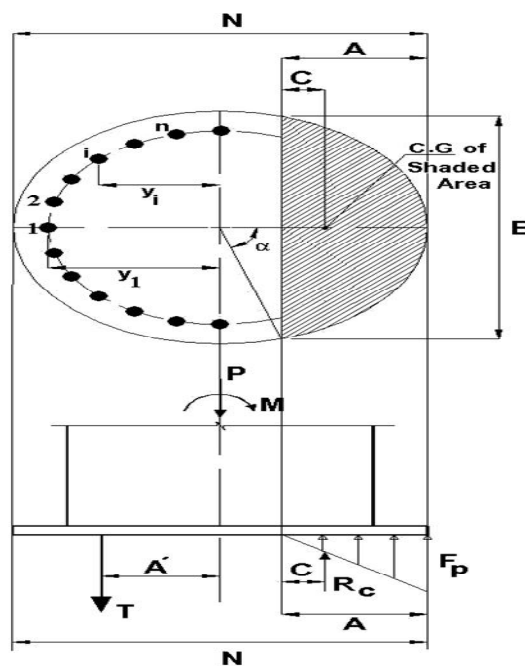
$F_b$ : تنش خمشی مجاز صفحه که برابر با  $0.75f_y$  است [۲].

در مرجع [۱] مشاهده می شود که پارامترهای رابطه تعادل لنگر همانند روش دقیق همگی توابعی از  $A$  هستند. بنابراین حل مسئله به این روش هم تنها از طریق سعی و خطا امکان پذیر است. در انتها در قسمت پیوست مرجع [۱]، مقدار  $R_c$  به طور دقیق طبق روابط انتگرالی محاسبه شده و نتیجه با فرمول پیشنهادی به ازای پارامترهای مثال، مقایسه و به دلیل ناچیز بودن خطا استفاده از رابطه پیشنهادی  $R_c$  توصیه شده است. این موضوع هم خالی از ابهام نیست که آیا به ازای تمامی مقادیر پارامترها، این خطا قابل اغماض است یا نه؟

تناقض های یاد شده سبب شد که در ادامه این تحقیق به مقایسه دو روش دقیق و تقریبی به ازای پارامترهای تأثیر گذار

$C$ : فاصله مرکز سطح تحت فشار تا نقطه تنش صفر و  $T$ : برآیند نیرو در میل مهارهای نیمه تحت کشش صفحه است. در مرجع [۱] علی رغم بیان فرض های ساده کننده، تناقض هایی وجود دارد:

۱. اگرچه فرض شده که سطح تحت فشار همواره کمتر از نیمی از صفحه دایروی است اما در بیان روابط کرنش نقطه کرنش صفر را روی محور ستون قرار داده و نیروی ماکزیمم کششی را که در دورترین میل مهار بوجود می آید محاسبه کرده است.
۲. در مثال حل شده این مرجع اگرچه  $A'$ ، فاصله مرکز ثقل نیروی کششی میل مهارهای تحت کشش تا محور ستون تعریف شده است، در محاسبه  $A'$ ، مرکز ثقل میل مهارها در نظر گرفته شده نه مرکز ثقل نیروی آنها.



شکل ۵. صفحه پای ستون دایره ای تحت بار با خروج از محوریت زیاد (روش تقریبی).

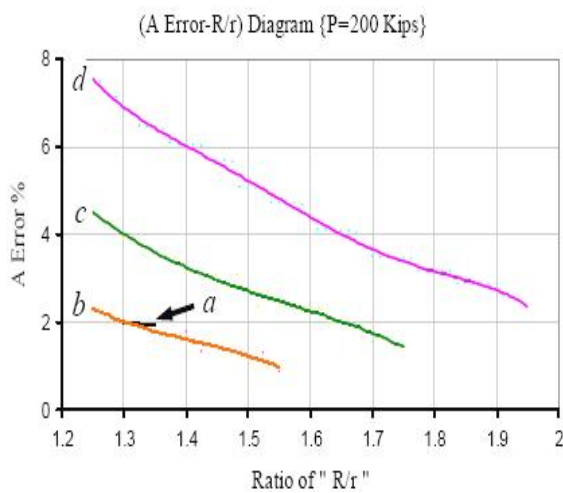


است) در چهار حالت  $\frac{e}{R} = 1, 2, 3, 4$  به دو روش تقریبی و دقیق محاسبه شده و نتایج به صورت نمودارهایی در شکل‌های ۶ تا ۲۹ نشان داده شده است.

همچنین جهت بررسی رفتار این پارامترها در اثر تغییر نیروی محوری، نمودارهای فوق به ازای نیروهای محوری ۲۰۰ kips، ۴۰۰ kips و ۶۰۰ kips ترسیم شده است. در این نمودارها خطوط ضخیم نتایج روش دقیق و خطوط نازک نتایج روش تقریبی را نشان می‌دهد. نمودارهای ترسیم نشده در محدوده شعاع‌های طراحی انتخاب شده فوق قرار ندارند.

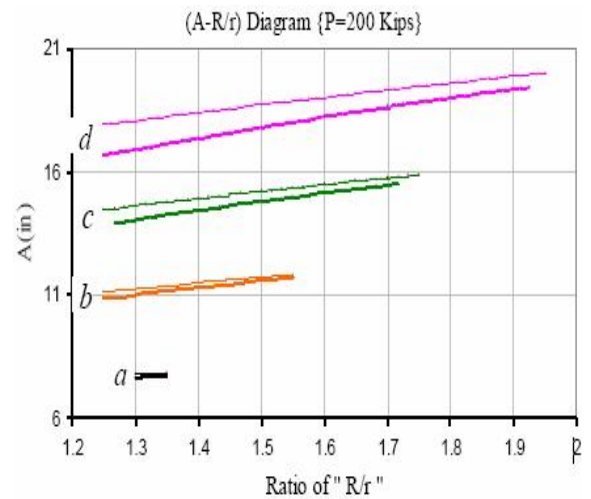
پرداخته شود. لذا یک سری از پارامترها (مثل شرایط هندسی و بار محوری) ثابت و پارامترهایی چون برون محوری متغیر فرض شد و با رسم نمودارهایی، خطای روش تقریبی نسبت به روش دقیق، به ازای شعاع‌ها و برون محوری‌های مختلف، برای پارامترهایی که در مقاله دجین لیو رابطه ساده کننده برای آنها ارائه شده، مشاهده گردید.

در ادامه تغییرات  $A$ ،  $R_c$ ،  $T$  و  $f_p$  همچنین خطای هر یک از آنها به ازای شعاع‌های طراحی انتخاب شده ( $R \leq 2r$  که  $1/25r \leq R$  شعاع خارجی ستون لوله‌ای



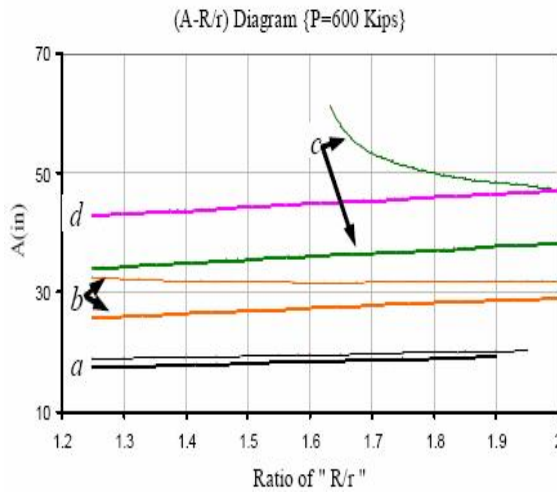
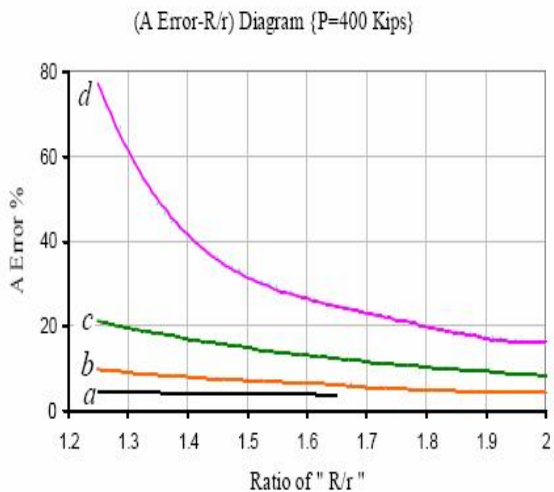
شکل ۷. تغییرات A محاسباتی به روش دقیق و تقریبی در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips. برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$$



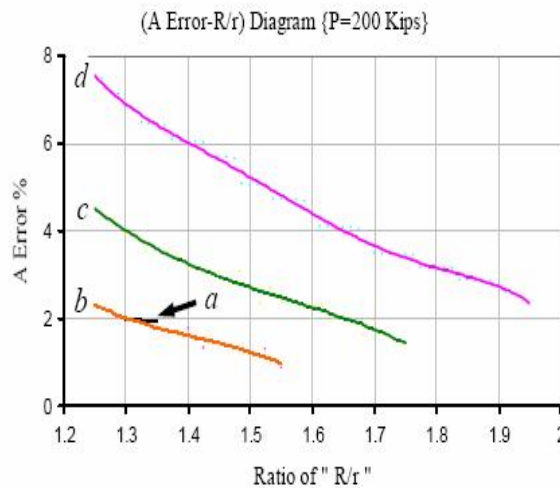
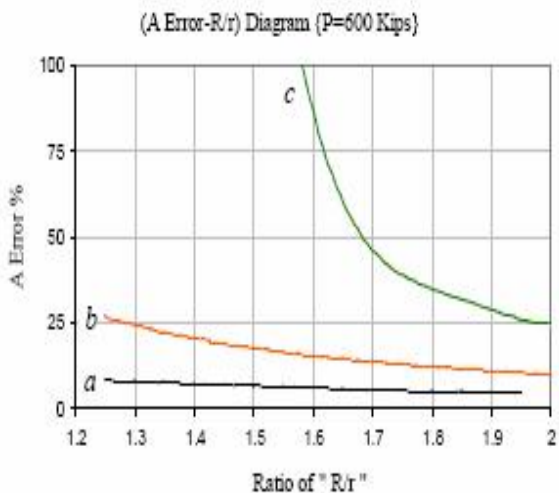
شکل ۶. تغییرات A محاسباتی به روش دقیق و تقریبی در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips. برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$$



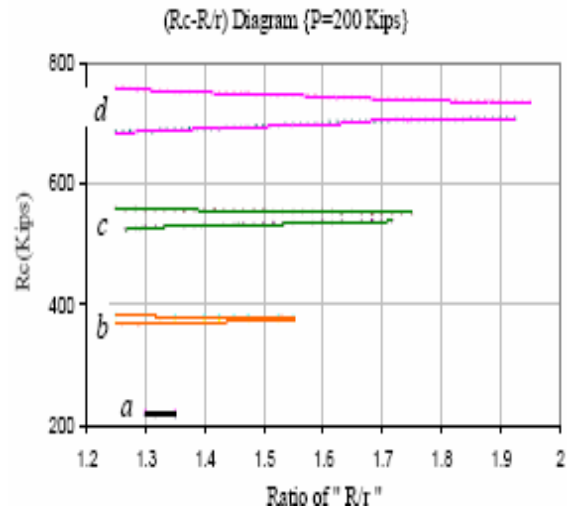
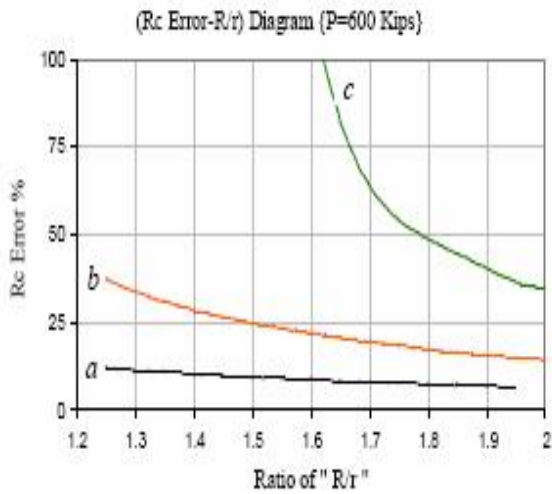
شکل ۱۰. خطای محاسبه A به روش تقریبی نسبت به روش دقیق در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۴۰۰ kips برای چهار حالت  $\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$

شکل ۸. تغییرات A محاسباتی به روش دقیق و تقریبی در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۶۰۰ kips برای چهار حالت  $\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$



شکل ۱۱. خطای محاسبه A به روش تقریبی نسبت به روش دقیق در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۶۰۰ kips برای چهار حالت  $\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$

شکل ۹. خطای محاسبه A به روش تقریبی نسبت به روش دقیق در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips برای چهار حالت  $\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$

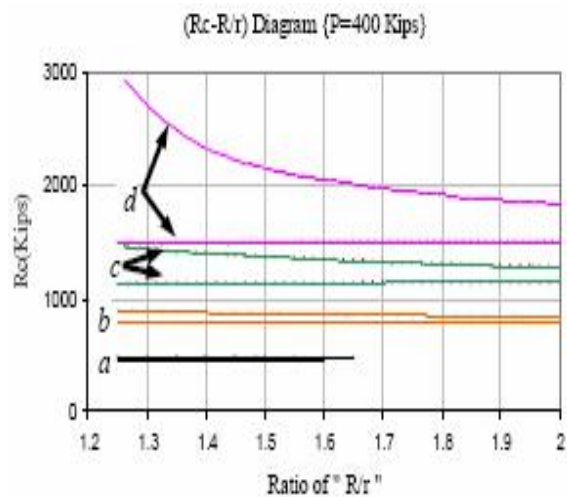
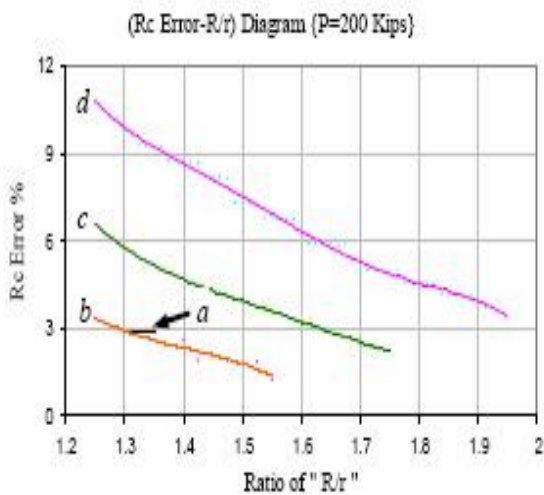


شکل ۱۴. تغییرات  $R_c$  محاسباتی به روش دقیق و تقریبی درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به‌ازای نیروی محوری ۶۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d \text{ ; } \frac{e}{R} = 3(c \text{ ; } \frac{e}{R} = 2(b \text{ ; } \frac{e}{R} = 1(a$$

شکل ۱۲. تغییرات  $R_c$  محاسباتی به روش دقیق و تقریبی درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به‌ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d \text{ ; } \frac{e}{R} = 3(c \text{ ; } \frac{e}{R} = 2(b \text{ ; } \frac{e}{R} = 1(a$$

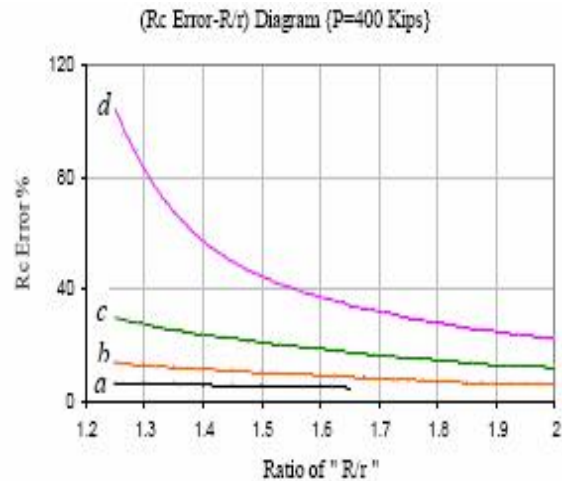
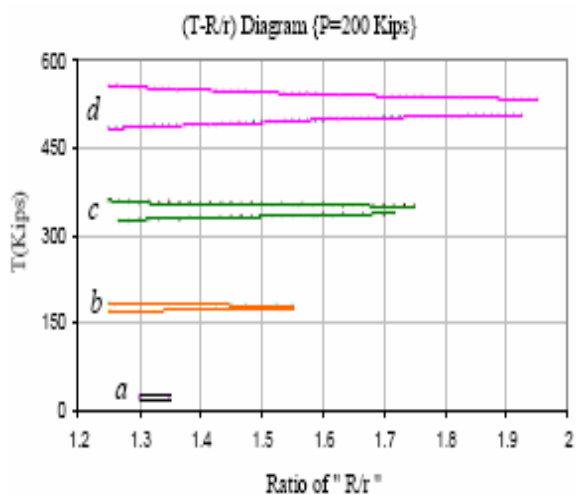


شکل ۱۵. خطای محاسبه  $R_c$  به روش تقریبی نسبت به روش دقیق درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به‌ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d \text{ ; } \frac{e}{R} = 3(c \text{ ; } \frac{e}{R} = 2(b \text{ ; } \frac{e}{R} = 1(a$$

شکل ۱۳. تغییرات  $R_c$  محاسباتی به روش دقیق و تقریبی درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به‌ازای نیروی محوری ۴۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d \text{ ; } \frac{e}{R} = 3(c \text{ ; } \frac{e}{R} = 2(b \text{ ; } \frac{e}{R} = 1(a$$

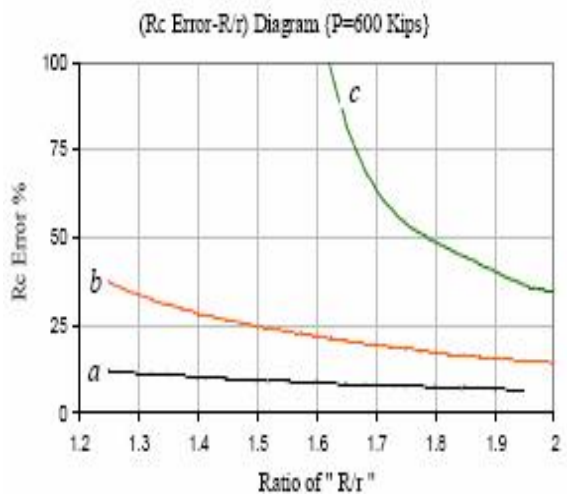
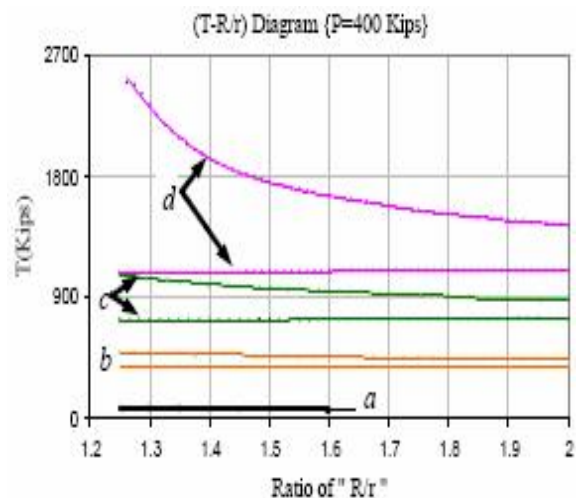


شکل ۱۸. تغییرات T محاسباتی به روش دقیق و تقریبی درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = ۴(d) \quad \frac{e}{R} = ۳(c) \quad \frac{e}{R} = ۲(b) \quad \frac{e}{R} = ۱(a)$$

شکل ۱۶. خطای محاسبه  $R_c$  به روش تقریبی نسبت به روش دقیق درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۴۰۰ kips برای چهار

$$\frac{e}{R} = ۴(d) \quad \frac{e}{R} = ۳(c) \quad \frac{e}{R} = ۲(b) \quad \frac{e}{R} = ۱(a)$$

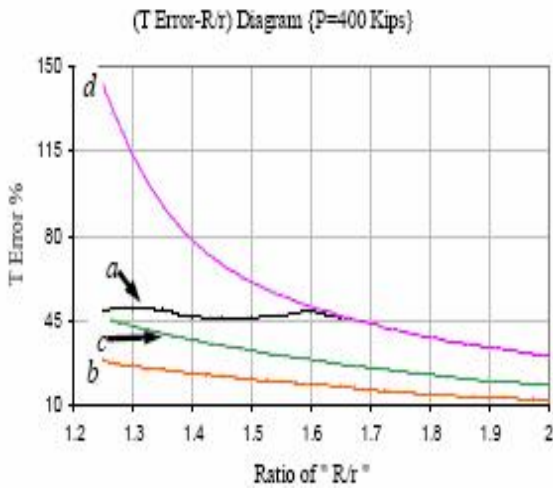


شکل ۱۹. تغییرات T محاسباتی به روش دقیق و تقریبی درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۴۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = ۴(d) \quad \frac{e}{R} = ۳(c) \quad \frac{e}{R} = ۲(b) \quad \frac{e}{R} = ۱(a)$$

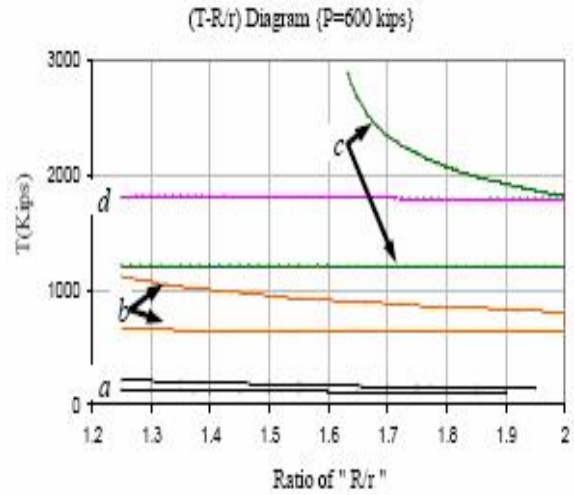
شکل ۱۷. خطای محاسبه  $R_c$  به روش تقریبی نسبت به روش دقیق درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۶۰۰ kips برای چهار

$$\frac{e}{R} = ۴(d) \quad \frac{e}{R} = ۳(c) \quad \frac{e}{R} = ۲(b) \quad \frac{e}{R} = ۱(a)$$



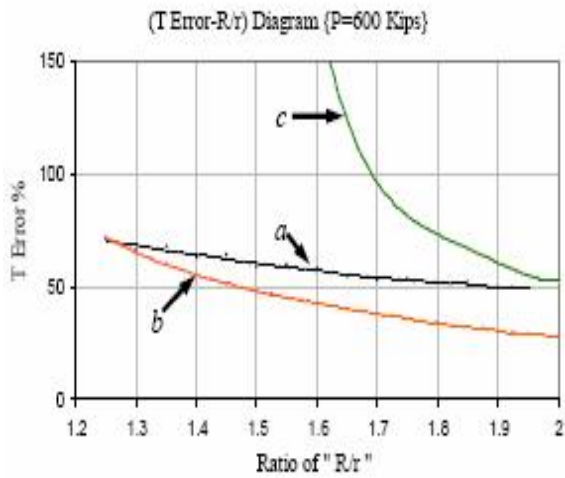
شکل ۲۲. خطای محاسبه T به روش تقریبی نسبت به روش دقیق درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۴۰۰ kips برای چهار

$$\text{حالت } ۱(a) \leq \frac{e}{R} = ۲(b) \leq \frac{e}{R} = ۳(c) \leq \frac{e}{R} = ۴(d)$$



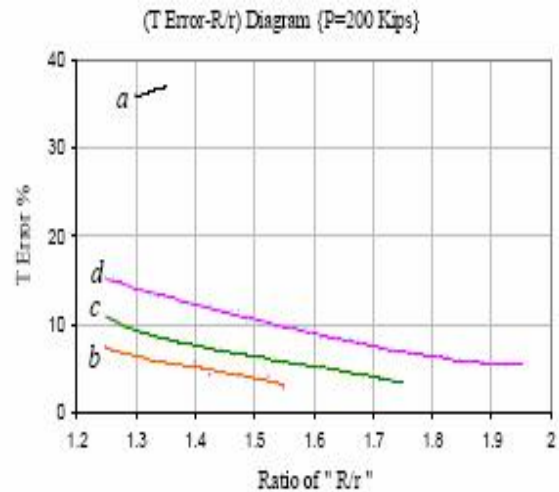
شکل ۲۰. تغییرات T محاسباتی به روش دقیق و تقریبی درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۶۰۰ kips برای چهار حالت

$$\text{حالت } ۱(a) \leq \frac{e}{R} = ۲(b) \leq \frac{e}{R} = ۳(c) \leq \frac{e}{R} = ۴(d)$$



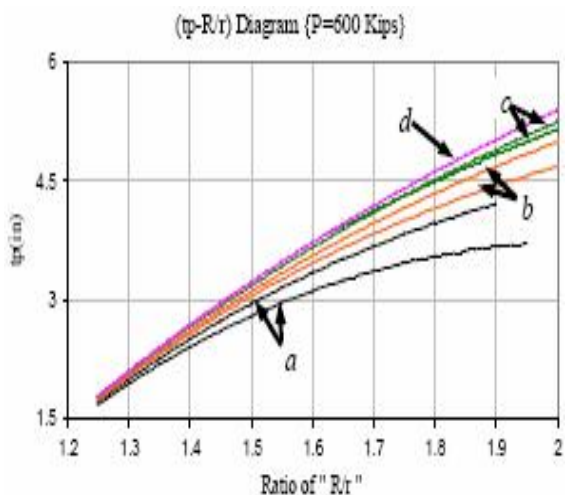
شکل ۲۳. خطای محاسبه T به روش تقریبی نسبت به روش دقیق درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۶۰۰ kips برای چهار

$$\text{حالت } ۱(a) \leq \frac{e}{R} = ۲(b) \leq \frac{e}{R} = ۳(c) \leq \frac{e}{R} = ۴(d)$$



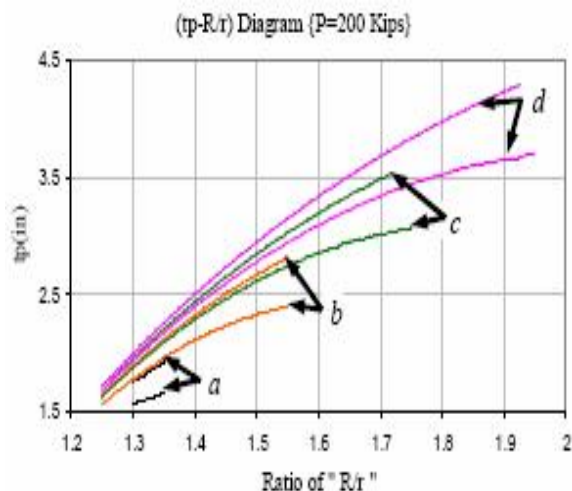
شکل ۲۱. خطای محاسبه T به روش تقریبی نسبت به روش دقیق درمقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips برای چهار

$$\text{حالت } ۱(a) \leq \frac{e}{R} = ۲(b) \leq \frac{e}{R} = ۳(c) \leq \frac{e}{R} = ۴(d)$$



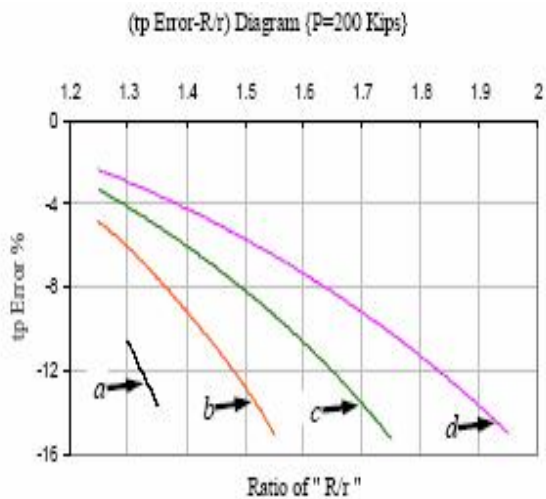
شکل ۲۶. تغییرات  $t_p$  محاسباتی به روش دقیق و تقریبی در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۶۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$$



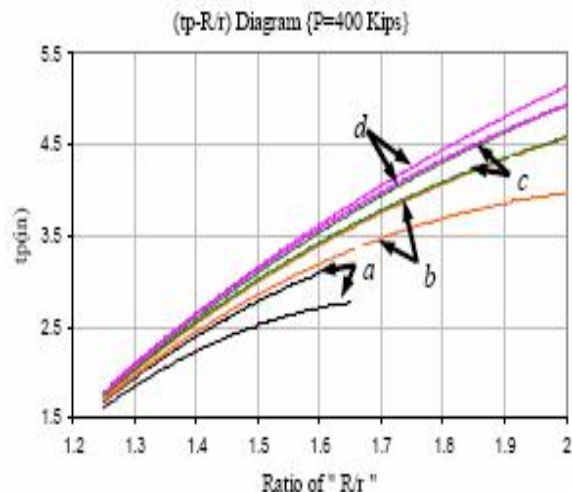
شکل ۲۴. تغییرات  $t_p$  محاسباتی به روش دقیق و تقریبی در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$$



شکل ۲۷. خطای محاسبه  $t_p$  به روش تقریبی نسبت به روش دقیق در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۲۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$$



شکل ۲۵. تغییرات  $t_p$  محاسباتی به روش دقیق و تقریبی در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۴۰۰ kips برای چهار حالت

$$\frac{e}{R} = 4(d) \ ; \ \frac{e}{R} = 3(c) \ ; \ \frac{e}{R} = 2(b) \ ; \ \frac{e}{R} = 1(a)$$

## ۵- بحث و نتایج

از مقایسه این نمودارها نتایج زیر به دست می آید:

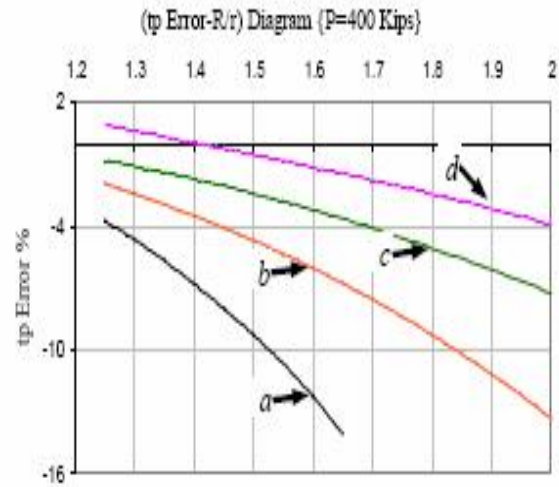
۱. به ازای نیروی محوری ثابت، با افزایش برون محوری (افزایش لنگر) مقادیر  $R_c$ ،  $A$  و  $T$  محاسباتی از روش دقیق برای شعاع‌های طراحی مختلف افزایش می یابد. این مطلب بیانگر افزایش سطح تحت فشار صفحه، نیروی فشاری وارده به ورق و نیز نیروی کششی در میل مهارها در اثر افزایش لنگر است.

۲. به ازای نیروی محوری ثابت، مقادیر  $R_c$ ،  $A$  و  $T$  محاسباتی به روش تقریبی تنها برای لنگرهای کوچک با انتخاب شعاع‌های طراحی بزرگتر ( $\frac{e}{R}$  های کوچکتر) خطای پذیرفتنی خواهد داشت. بدیهی است هرچه لنگر بزرگتر باشد یا شعاع طراحی کوچکتر اختیار شود خطای روش تقریبی به طور چشمگیری افزایش می یابد.

۳. اگر نیروی محوری افزایش و برون محوری کاهش یابد، به طوری که لنگر ثابت باشد، خطای روش تقریبی در محاسبه  $A$ ،  $R_c$  و  $T$  به ازای شعاع‌های طراحی مختلف افزایش می یابد. بنابراین به ازای لنگر ثابت تنها در صورتی که نیروی محوری کوچک باشد با انتخاب شعاع‌های طراحی بزرگتر مقادیر محاسباتی این سه پارامتر به روش تقریبی از دقت مناسبی برخوردار خواهد بود. البته نتایج فوق برای  $T$  در حالت  $\frac{e}{R} = 1$  صادق نیست.

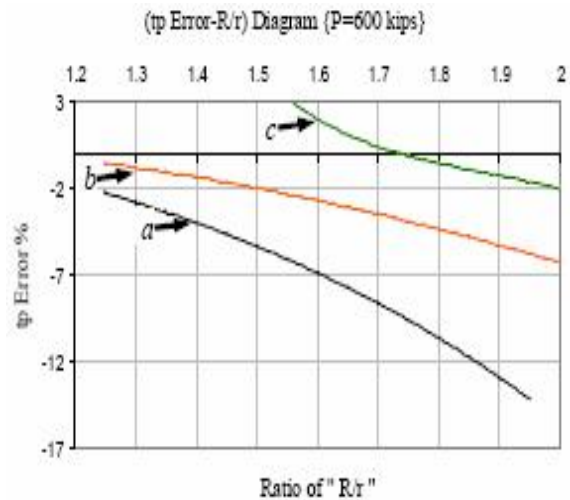
۴. به ازای شعاع‌های مختلف مقدار  $t_p$  محاسبه شده به روش تقریبی کمتر از مقدار محاسباتی به روش دقیق است که این اختلاف با افزایش شعاع طراحی افزایش می یابد.

۵. به ازای نیروی محوری ثابت، مقدار  $t_p$  محاسبه شده به



شکل ۲۸. خطای محاسبه  $t_p$  به روش تقریبی نسبت به روش دقیق در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۴۰۰ kips برای چهار

$$\text{حالت } ۱(a) = \frac{e}{R} = ۲(b) \quad ۲(c) = \frac{e}{R} = ۳(d) = \frac{e}{R} = ۴$$



شکل ۲۹. خطای محاسبه  $t_p$  به روش تقریبی نسبت به روش دقیق در مقابل نسبت  $\frac{R}{r}$  به ازای نیروی محوری ۶۰۰ kips برای چهار

$$\text{حالت } ۱(a) = \frac{e}{R} = ۲(b) \quad ۲(c) = \frac{e}{R} = ۳(d) = \frac{e}{R} = ۴$$

همواره مورد اطمینان نیست و فرض های این روش تنها در شرایط خاصی می تواند پاسخی پذیرفتنی ارائه دهد.

روش تقریبی تنها برای شعاع های طراحی کوچک و لنگرهای بزرگ قابل اطمینان است که این مطلب برخلاف شرایط احراز پاسخ مطلوب به روش تقریبی برای  $A$ ،  $R_c$  و  $T$  (بند ۲ نتایج) است.

۶. تحت لنگر ثابت نیز با افزایش نیروی محوری و کاهش برون محوری به ازای شعاع های طراحی مختلف خطای روش تقریبی کاهش می یابد که این مورد نیز برخلاف شرایط مشابه برای احراز پاسخ مناسب به روش تقریبی برای  $A$ ،  $R_c$  و  $T$  (بند ۲ نتایج) است.

در روش تقریبی جهت حصول پاسخ های مطلوب (برابر یا نزدیک به پاسخ های روش دقیق) برای سه پارامتر  $A$ ،  $R_c$  و  $T$  نیاز به شرایط خاص بارگذاری و هندسی است که این شرایط کاملاً برخلاف شرایطی است که برای به دست آوردن  $t_p$  مطلوب نیاز است. بنابراین می توان گفت که روش تقریبی

### مراجع

1. Dajin, L., "Circular Base Plates with Large Eccentric Loads", Practice Periodical on Structural Design and Construction, ASCE, *J. of Structural Eng.*, (MAY 2004)
2. American Institute of Steel Construction (AISC). (2005) Chicago.
3. Swokowski, E. W., "Calculus with Analytic Geometry", Alternate Ed., Prindle, Weber and Schmidt, Boston (1983).
4. Young, W. C. "Roarks formulas for stress and strain", 6th Ed., McGraw-Hill New York (1989).
5. American Institute of Steel Construction (AISC). *Manual of steel construction-ASD*, 9th Ed. Chicago (1989).