

تأثیر اعمال میدان مغناطیسی ثابت بر جابجایی آزاد گذرا در یک محفظه مربعی و بررسی خطوط گرما

قنبر علی شیخ زاده*، وحید رحمانی، مجید سبزوپوشانی و محمدرضا بابائی

دانشگاه کاشان، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی مکانیک

تاریخ ثبت اولیه: ۱۳۸۸/۳/۱۷، تاریخ دریافت نسخه اصلاح شده: ۱۳۸۸/۵/۱۵، تاریخ پذیرش قطعی: ۱۳۸۸/۸/۲۸

چکیده در این تحقیق به بررسی عددی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر جریان جابجایی آزاد آرام و میدان دما در حالت گذرا درون یک محفظه دو بعدی، حاوی گالیم مذاب با عدد پرانتل 0.2 ، با دیواره‌های جانبی دما ثابت پرداخته شده است. برای تبدیل معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری، از روش حجم محدود استفاده شده است. نتایج حاصله به صورت خطوط دما ثابت، خطوط جریان و خطوط گرما و همچنین نمودارهای تغییرات ضریب انتقال حرارت نسبت به زمان ارائه شده است. نتایج نشان دادند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی و به تبع آن عدد هارتمن، به خاطر تقابل نیروی لورنتز با نیروی شناوری، از مقادیر سرعت درون محفظه کاسته شده است. در نتیجه ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان و نرخ انتقال حرارت کلی بین دیواره‌های گرم و سرد محفظه کاهش یافته و جابجایی آزاد تضعیف شده است. نتایج نشان داده‌اند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی تا یک حد مناسب، می‌توان مانع حرکت سیال که در اثر جابجایی آزاد ایجاد شده است و در نتیجه مکانیزم انتقال حرارت به شیوه‌ی هدایت را در محفظه غالب کرد.

کلمات کلیدی جابجایی آزاد، هیدرودینامیک مغناطیسی، عدد هارتمن، نیروی لورنتز، عدد ناسلت، خطوط گرما.

Effect of applying a constant magnetic field on transient natural convection in a square cavity and investigation of heat lines

G. A. Sheikhzadeh*, V. Rahmani, M. Sabzpooshan and M. Babaei

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

Abstract In this paper, the effect of a magnetic field on transient and laminar natural convection in a square cavity with constant temperature side walls filled with liquid gallium ($Pr=0.02$) is investigated numerically. Governing equations are discretized using the control volume method. The results are presented in the form of streamlines, isotherms, heat lines and plots of Nusselt number versus time. The results have shown that with increasing magnetic field strength and therefore the Hartmann number, velocity inside the cavity reduces. Thus maximum absolute value of stream function and the heat transfer between the hot and cold walls of the cavity decreases and the free convection has been weakened. Applying the magnetic field (high enough) suppresses the convection flow and decreases the heat transfer rate and thus conduction heat transfer mechanism become dominant in the cavity.

Keywords Natural convection, magneto hydro dynamic, Hartman number, Lorentz force, Nusselt number.

*عهده‌دار مکاتبات

نشانی: کاشان، بلوار قطب راوندی، دانشگاه کاشان، کد پستی ۵۱۱۶۷-۸۷۳۱۷

تلفن: ۵۹۱۲۴۴۶، دورنگار: ۵۹۱۲۴۷۵، پیام نگار: sheikhz@kashanu.ac.ir

۱- مقدمه

را به واسطه کاهش سرعت سیال تضعیف کرده و یا در شرایط ایده‌آل، آن را از بین می‌برد. در نتیجه با اعمال یک میدان مغناطیسی بر مذاب درون محفظه می‌توان جریان جابجایی را کاهش داده و یک ساختار ریز دانه و همگن در محصول نهایی بوجود آورد. علاوه بر فلزات مذاب، این عمل را می‌توان بر روی گازهایی که تحت شرایط و روشهای خاصی نظیر روش یونیزاسیون هادی الکتروسیته شده‌اند نیز مورد بررسی قرار داد [۴]. مطالعه و درک انتقال حرارت در چنین فرآیندهایی به منظور کنترل بهتر و ایجاد کیفیت بیشتر در محصولات ساخته شده، دارای اهمیت فراوان می‌باشد. در این راستا مطالعات فراوانی صورت گرفته است که به برخی از آنها اشاره می‌شود. اُرپر و زکلی اثر میدان مغناطیسی را بر میدان جریان و دما در یک محفظه با دیواره‌های جانبی دما ثابت در حالت گذرا بررسی کرده‌اند [۵]. آنها نشان داده‌اند در این سیستم که به حالت ایده‌آل در زمان رشد کریستال‌ها نزدیک است قدرت میدان مغناطیسی یکی از عوامل مهم در تضعیف انتقال حرارت جابجایی است.

رودریاه و همکاران تأثیر اعمال میدان مغناطیسی ثابت هم‌جهت با شتاب جاذبه بر جریان جابجایی آزاد گذرا درون یک محفظه مربعی با دیواره‌های جانبی دما ثابت و دیواره‌های افقی عایق حاوی سیالی با عدد پرانتل 0.733 را به طور عددی بررسی نموده‌اند و نشان داده‌اند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، جریان جابجایی از بین رفته و نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد [۶].

الناجم و همکاران میدان‌های دما و جریان را تحت اعمال یک میدان مغناطیسی در یک محفظه مربعی مایل با دیواره‌های عمودی دما ثابت و دیواره‌های افقی عایق برای سیالی با عدد پرانتل 0.71 با استفاده از روش حجم کنترل بر اساس قاعده توانی بررسی نموده‌اند [۷]. آنها نشان دادند که

در صنعت تولید مواد و در فرآیندهای ریخته‌گری پیوسته، در درون محفظه‌ای که از یک مذاب در حال انجماد پر شده است، به واسطه وجود گرادیان‌های دمایی ناشی از اختلاف دمای بین دیوار جامد و مذاب، پدیده جابجایی آزاد رخ می‌دهد [۳-۱]. در فرآیندهای رشد کریستال‌ها گرادیان دمای ایجاد شده بین دیوار جامد و مذاب سبب ایجاد نیروی شناوری و حرکت سیال در داخل محفظه می‌شود. در خیلی موارد عملی، حرکت ایجاد شده نابسامان، بی‌نظم و یا حتی آشفته می‌باشد. این نوع جریان‌ها می‌توانند باعث ایجاد ناهمگنی میکروسکوپی در محصولات تولیدی شوند به طوری که بر ساختار محصول نهایی که شامل شمش، شمشه، تختالهای فلزی بزرگ و ... می‌باشد تأثیر گذار بوده، و باعث پدیدار شدن یک ساختار غیر همگن و درشت دانه در قطعه ریخته‌گری شده می‌شود. بنابراین در چنین فرآیندهایی کاهش قدرت جابجایی مورد توجه می‌باشد.

دو روش به منظور کاهش جابجایی وجود دارد، یکی کاهش نیروی شناوری است که با استفاده از کاهش جاذبه صورت می‌پذیرد (البته این روش به لحاظ هزینه بسیار گران است) و دیگری استفاده از میدان مغناطیسی است که روشی مؤثر برای مذاب‌های هادی جریان الکتریکی می‌باشد. لذا دانشمندان علم مواد برای تضعیف جریان جابجایی آزاد درون قالب از علم هیدرودینامیک مغناطیسی^۱ کمک گرفتند [۴]. در مبحث هیدرودینامیک مغناطیسی، به مطالعه و بررسی جریان سیال هادی الکتروسیته در حضور میدان مغناطیسی پرداخته می‌شود. اگر جریان سیال هادی الکتروسیته و در حال حرکت در معرض یک میدان مغناطیسی قرار گیرد، نیرویی به نام نیروی لورنتز^۲ در آن فعال می‌شود. در جابجایی آزاد این نیرو که با نیروی شناوری مقابله می‌کند، به طوری که جریان جابجایی

^۱ Magnetohydrodynamics^۲ Lorentz force

عدد پرانتل 0.733 به طور عددی مطالعه کردند [۱۱]. آنها نشان دادند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، جابجایی آزاد و عدد ناسلت متوسط در داخل محفظه کاهش می‌یابد.

شیخ زاده و همکارانش با استفاده از روشهای عددی، یک محفظه دو بعدی حاوی سیالی با عدد پرانتل 0.71 را که بخشی از دیواره راست محفظه گرم و بخشی از دیواره چپ آن سرد بود و در معرض یک میدان مغناطیسی ثابت قرار داشت را مدلسازی کرده و میدان دما و انتقال حرارت را مورد بررسی قرار دادند [۱۲]. آنها نتایج را برای مقادیر مختلف اعداد رایلی، هارتمن و زاویه قرارگیری محفظه نسبت به افق ارائه نمودند و مشاهده کردند که قدرت میدان مغناطیسی اعمالی یکی از پارامترهای مهم در تضعیف جریانهای جابجایی آزاد می‌باشد و با اعمال میدان مناسب می‌توان جابجایی آزاد را از بین برد. آنها همچنین دریافتند که قرارگیری محفظه در زاویه‌هایی بزرگتر از زاویه 30 درجه نسبت به افق نیز می‌تواند یک عامل مؤثر در تضعیف جریان جابجایی آزاد باشد.

در تحقیق حاضر، جریان جابجایی آزاد و انتقال حرارت گذرا در داخل یک محفظه دو بعدی با دیواره‌های جانبی دما ثابت در حضور یک میدان مغناطیسی افقی و ثابت مورد مطالعه عددی قرار می‌گیرد. نتایج به صورت خطوط جریان، خطوط دما ثابت و خطوط گرما در زمان‌های مختلف و همچنین تغییرات زمانی ضریب انتقال حرارت و ماکزیمم قدرمطلق تابع جریان ارائه می‌شوند.

۲- هیدرودینامیک مغناطیسی

اگر جریان سیال هادی الکتریسیته با سرعت \vec{u} در حضور میدان مغناطیسی \vec{B} رخ دهد، چگالی جریان الکتریکی، \vec{j} ، مطابق با قانون القای فارادی بوجود می‌آید [۴]:

اعمال یک میدان مغناطیسی بر جریانهای جابجایی آزاد و انتقال حرارت، برای زوایای انحراف کوچکتر و اعداد گراشف بالاتر تأثیر بیشتری دارد.

استوک و همکاران یک مطالعه تجربی روی انتقال حرارت جابجایی آزاد با و بدون حضور میدان مغناطیسی در درون محفظه‌ای مستطیل شکل که از گالیم مذاب پر شده است انجام داده‌اند و نشان دادند که حضور میدان مغناطیسی باعث توقف انتقال حرارت می‌شود [۸]. آنها همچنین نشان دادند زمانی که قدرت میدان مغناطیسی بالا و قدرت جابجایی پایین باشد، خطوط جریان در مرکز محفظه کشیده شده و خطوط دما ثابت تقریباً موازی می‌شود که نشان دهنده غالب شدن هدایت حرارتی در مرکز محفظه می‌باشد.

مهمت و الیف تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جریان درون محفظه‌های مربعی و مستطیلی شکل مایل را که دو دیواره جانبی آن گرم و سرد و دو دیواره دیگر عایق بودند را برای سیالی با عدد پرانتل ۱ به طور عددی مطالعه کردند [۹]. آنها نشان دادند که زاویه قرارگیری محفظه نسبت به افق، نسبت ابعاد محفظه، قدرت و جهت اعمال میدان مغناطیسی تأثیرات قابل توجهی را بر میدان جریان و انتقال حرارت می‌گذارند.

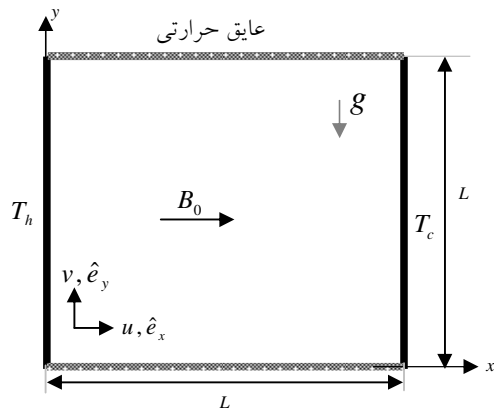
تیاما اثر جابجایی آزاد را در یک محفظه‌ی مستطیلی شکل تحت یک میدان مغناطیسی ثابت در حالی که دیواره‌های بالا و پائین عایق و دیواره‌های جانبی در دمای ثابت باشند را بررسی کرده است [۱۰]. تیما نشان داد که عدد ناسلت متوسط که معیاری برای نرخ انتقال حرارت در داخل محفظه در نظر گرفته می‌شود، با افزایش عدد رایلی افزایش و با افزایش قدرت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.

پیرمحمدی و همکاران تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر جریان درون محفظه‌های مربعی شکل را که دو دیواره جانبی آن گرم و سرد و دو دیواره دیگر عایق بودند را برای سیالی با

انجام خواهد گرفت که ساختار شمش نهایی بهبود خواهد یافت [۱۳].

۳- هندسه مسئله و معادلات حاکم

هندسه مسئله مورد نظر به همراه شرایط مرزی در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق با شکل ۱ دیواره‌های جانبی دما ثابت و دیواره‌های بالایی و پایینی عایق حرارتی می‌باشند. در ضمن فرض شده است که تمام دیواره‌ها عایق الکتریکی هستند. محفظه دارای پهنا و ارتفاع L است. همچنین عدد رینولدز مغناطیسی کوچک بوده و میدان مغناطیسی القایی در برابر میدان مغناطیسی اعمالی ناچیز است.



شکل ۱. هندسه یک محفظه دو بعدی با دیواره‌های جانبی دما ثابت.

معادلات حاکم بر جریان دوبعدی، گذرا و آرام برای محفظه‌ی حاوی سیال هادی الکتریسیته نوشته می‌شود. بمنظور بیان معادلات حاکم، ابتدا باید نیروی لورنتز برحسب متغیرهای جریان و میدان مغناطیسی اعمالی محاسبه شود. با توجه به تعریف رابطه چگالی جریان الکتریکی در رابطه (۱) و قانون بقای بار الکتریکی ($\nabla \cdot \vec{J} = 0$) داریم:

$$\vec{J} = \sigma(-\nabla\Phi + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (۱)$$

که در آن σ ضریب هدایت الکتریکی محیط رسانا، Φ پتانسیل الکتریکی و $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}$ مجموع میدان مغناطیسی اعمالی (\vec{B}_0) و میدان مغناطیسی القایی (\vec{b}) می‌باشد. به‌واسطه برهمکنش چگالی جریان الکتریکی با میدان مغناطیسی، نیروی لورنتز به‌صورت زیر فعال می‌شود [۴]:

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (۲)$$

نیروی لورنتز بر تمام رساناهای متحرک که در معرض میدان مغناطیسی قرار گرفته‌اند عمل می‌کند. یکی از پارامترهای مهم در هیدرودینامیک مغناطیسی، عدد بدون بعدی به نام رینولدز مغناطیسی می‌باشد که نسبت میدان مغناطیسی القایی به میدان مغناطیسی اعمالی می‌باشد [۴]:

$$Re_m = \mu_0 \sigma u l \quad (۳)$$

که در آن μ_0 ضریب نفوذ پذیری محیط و l طول مشخصه می‌باشد.

در رینولدزهای مغناطیسی بزرگ، میدان مغناطیسی القایی بر میدان مغناطیسی اعمالی غلبه خواهد کرد. این حالت در میحث فیزیک نجومی که طول مشخصه‌های بزرگ نظیر فواصل بین سیارات و ... مطرح است، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در صنعت تولید مواد به‌واسطه‌ی اینکه سرعت و طول مشخصه کم می‌باشند رینولدز مغناطیسی کوچک و میدان مغناطیسی اعمالی بر میدان مغناطیسی القایی غلبه می‌کند. در این حالت، میدان مغناطیسی میدان سرعت را به‌واسطه‌ی وجود نیروی لورنتز تحت تأثیر قرار می‌دهد، اما به‌دلیل کوچک بودن میدان مغناطیسی القایی میدان سرعت تأثیر چندانی بر میدان مغناطیسی نمی‌گذارد. یکی از موارد کاربرد هیدرودینامیک مغناطیسی در صنعت تولید مواد اعمال میدان مغناطیسی بر مذاب در حال انجماد می‌باشد. تضعیف جریان به‌واسطه‌ی تقابل نیروی لورنتز با نیروی شناوری رخ می‌دهد و در نتیجه آن، انجماد به‌صورتی

α ضریب پخش حرارتی، ρ چگالی، p فشار می‌باشند. θ دمای بدون بعد و T_h و T_c دمای دیواره‌های گرم و سرد می‌باشند. همچنین τ ، X و Y مختصات بدون بعد، U و V سرعت‌های بدون بعد و P فشار بدون بعد می‌باشد.

شرایط اولیه بدون بعد عبارتند از:

$$0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq 1 \Rightarrow U=V=0, \theta=0$$

و شرایط مرزی بدون بعد به صورت زیر می‌باشند:

$$X=0: U, V=0, \theta=1 \quad \text{دیوار راست}$$

$$X=1: U, V=0, \theta=0 \quad \text{دیوار چپ}$$

$$U, V=0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0: Y=0, 1 \quad \text{دیوارهای بالا و پایین}$$

اعداد بدون بعد پراختل، Pr ، هارتمن، Ha ، و رایلی،

Ra ، که در معادلات بی بعد ظاهر شده‌اند عبارتند از:

$$Pr = \frac{\mu}{\rho \alpha}, Ha = LB_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}, \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

$$Ra = \frac{\rho g \beta (T_h - T_c) L^3}{\alpha \mu}$$

μ ویسکوزیته و β ضریب انبساط حرارتی سیال

می‌باشد. عدد بدون بعد هارتمن، Ha ، برابر با نسبت نیروی لورنتز به نیروی لزجت می‌باشد و بزرگی آن بیانگر قدرت میدان مغناطیسی است.

به منظور مقایسه قدرت جریان از تابع جریان استفاده

می‌شود که با انتگرالگیری از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

همچنین برای مقایسه نرخ انتقال حرارت از عدد بدون

بعد ناسلت استفاده می‌شود. عدد ناسلت موضعی و متوسط

روی دیواره‌ی گرم به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu_y = \frac{hL}{k} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{x=0} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

$$\overline{Nu} = - \int_0^L \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{x=0} dY \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

$$\nabla^2 \Phi = \bar{\nabla} \cdot (\bar{u} \times \bar{B}) \quad \text{رابطه (۴)}$$

با توجه به دو بعدی بودن جریان سمت راست معادله فوق صفر می‌باشد و در نتیجه داریم:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{رابطه (۵)}$$

از طرفی با توجه به اینکه تمام دیواره‌ها عایق الکتریکی هستند، $\bar{\nabla} \Phi = 0$ تنها جواب معادله خواهد بود. بنابراین چگالی جریان الکتریکی به شکل زیر ساده می‌شود:

$$\bar{J} = \sigma (\bar{u} \times \bar{B}) \quad \text{رابطه (۶)}$$

با توجه به بردار سرعت و بردار میدان مغناطیسی در مسئله مورد نظر:

$$\bar{u} = u \hat{e}_x + v \hat{e}_y, B = B_0 \hat{e}_x \quad \text{رابطه (۷)}$$

نیروی لورنتز برحسب متغیرهای مسئله عبارت است از:

$$\bar{F} = \bar{J} \times \bar{B} = -\sigma v B_0^2 \hat{e}_y \quad \text{رابطه (۸)}$$

معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، معادلات مومنتوم و معادله انرژی به شکل بدون بعد زیر به دست می‌آیند [۱۴]:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

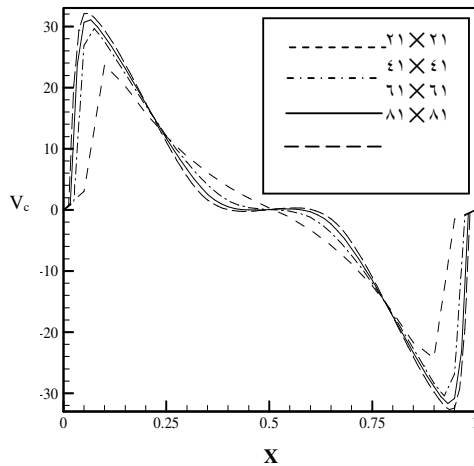
$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = Ra \cdot Pr \cdot \theta - \frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - Ha^2 Pr V \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

که در آن متغیرهای بدون بعد زیر استفاده شده‌اند:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L} & U &= \frac{Lu}{\alpha} & P &= \frac{PL^2}{\rho \alpha^2} & \Psi &= \frac{\psi}{\alpha} \\ Y &= \frac{y}{L} & V &= \frac{Lv}{\alpha} & \theta &= \frac{T - T_c}{T_h - T_c} & \tau &= \frac{t}{L^2 / \alpha} \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

که در آن t ، x و y مختصات با بعد، L پهنای محفظه، u و v سرعت با بعد در راستای محورهای x و y ،



شکل ۲. تغییرات سرعت بر حسب X روی خط میانی محفظه به ازای چندین شبکه برای اعداد $10^5 Ra$ و $10 Ha$.

۲-۴. بررسی صحت عملکرد برنامه کامپیوتری

برای اطمینان از عملکرد صحیح برنامه کامپیوتری و بررسی دقت نتایج به دست آمده، برای یک کار نمونه که نتایج آن در متون منتشر شده موجود است و تا حدی کار حاضر به آن مشابه است، برنامه کامپیوتری اجرا و نتایج مورد مقایسه قرار گرفته است. کار حاضر با نتایج مرجع [۶] مورد مقایسه قرار گرفته است.

مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای اعداد گراشف 2×10^4 و 2×10^5 و اعداد هارتمن مختلف در جدول (۱) در حالت دائم ارائه و با نتایج مرجع [۶] مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود، تطابق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد و ماکزیمم اختلاف موجود بین نتایج حاضر و نتایج مرجع [۶]، یک درصد می باشد.

برای نشان دادن خطوط جریان حرارت از تابع گرما، H ، استفاده می شود که با انتگرال گیری بر روی یکی از روابط زیر به دست می آید [۱۵]:

$$-\frac{\partial H}{\partial X} = V\theta - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (18)$$

$$\frac{\partial H}{\partial Y} = U\theta - \frac{\partial \theta}{\partial X}$$

۴- روش عددی

معادلات حاکم به همراه شرایط اولیه و مرزی به صورت عددی و با استفاده از روش حجم محدود حل می شوند. برای جداسازی جملات جابجایی از تکنیک توانی در شبکه جابجا شده استفاده می گردد. وابستگی میدان سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپلر برقرار می گردد و معادلات منفصل شده که کاملاً به هم وابسته می باشند از طریق روش ماتریس سه قطری حل می شوند. بدین منظور یک کد کامپیوتری به زبان فرترن برگرفته از کد TEACH [۱۶] تهیه شده است [۱۴].

۱-۴. انتخاب شبکه مناسب

برای به دست آوردن نتایج مستقل از شبکه نقاط، شبکه های 21×21 ، 41×41 ، 61×61 و 81×81 برای عدد رایلی 10^5 و عدد هارتمن 10 انتخاب و نتایج برای میدان سرعت و دما مورد مقایسه قرار گرفته است [۱۴]. به عنوان مثال نمودار تغییرات سرعت روی خط میانی محفظه، V_c ، بر حسب X برای شبکه های مذکور در شکل ۲ نشان داده شده است. با توجه به تغییرات نشان داده شده، شبکه 61×61 بعنوان شبکه مناسب انتخاب شده است. با افزایش تعداد نقاط بیش از آن تغییر قابل ملاحظه ای بر میدان سرعت و دما مشاهده نشده است.

۵- نتایج

جدول ۱. مقادیر ناسلت متوسط بر روی دیواره گرم، مقایسه بین نتایج حاضر و نتایج مرجع [۶].

Gr	Ha	\overline{Nu}		
		نتایج مرجع [۶]	نتایج حاضر	درصد اختلاف
2×10^4	۰	۲/۵۱۸۸	۲/۵۰۳	۰/۶۲۷۲
	۱۰	۲/۲۲۳۴	۲/۲۱۳	۰/۴۶۷۷
	۵۰	۱/۰۸۵۶	۱/۰۸۳	۰/۲۳۹۴
	۱۰۰	۱/۰۱۱۰	۱/۰۰۹	۰/۱۹۷۸
2×10^5	۰	۴/۹۱۹۸	۴/۹۴۹	۰/۵۹۳۵
	۱۰	۴/۸۰۵۳	۴/۷۶۱	۰/۹۲۱۸

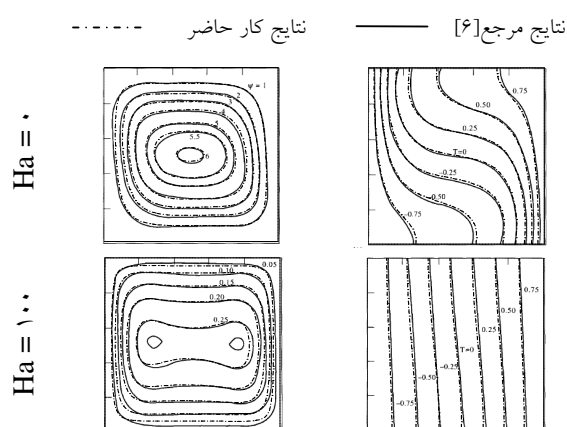
پس از اطمینان از صحت عملکرد برنامه کامپیوتری به حل مسئله مورد نظر پرداخته شده است. بر اساس نتایج حاصل نحوه‌ی تشکیل خطوط جریان، خطوط دما ثابت و خطوط گرما در اعداد رایلی و هارتمن مختلف در طی زمان تا رسیدن به حالت دائم، بررسی شده و تاثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی، بر میدان جریان و انتقال حرارت با بررسی ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان و عدد ناسلت متوسط با گذشت زمان نشان داده شده است.

در ادامه به بررسی تاثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر خطوط جریان، خطوط دما ثابت، خطوط گرما و ضریب انتقال حرارت در اعداد هارتمن ۰، ۵۰ و ۱۰۰ برای عدد رایلی 10^4 و اعداد هارتمن ۰، ۵۰ و ۱۶۰ برای اعداد رایلی 10^5 و 10^6 پرداخته شده است.

۵-۱. تأثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر میدان جریان

خطوط جریان در عدد رایلی 10^4 و اعداد هارتمن مختلف بر حسب زمان در شکل ۴ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در عدد رایلی 10^4 و تمامی اعداد هارتمن در لحظه‌ی ابتدایی خطوط جریان در کنار دیواره گرم تشکیل و با گذشت زمان در سراسر محفظه گسترش می‌یابد. در عدد هارتمن صفر، خطوط جریان با تراکم بالا به واسطه‌ی گرادیان شدید ایجاد شده در لحظه‌ی ابتدایی در کنار دیواره‌ی گرم تشکیل شده و با گذشت زمان بتدریج سراسر محفظه را در بر می‌گیرند. به طوری که پس از رسیدن به شرایط دائم ($\tau = 0,5$)، خطوط جریان به صورت دایره متحد المركز سراسر محفظه را می‌پوشانند. همچنین در زیر شکل‌ها مقادیر ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان ذکر شده است.

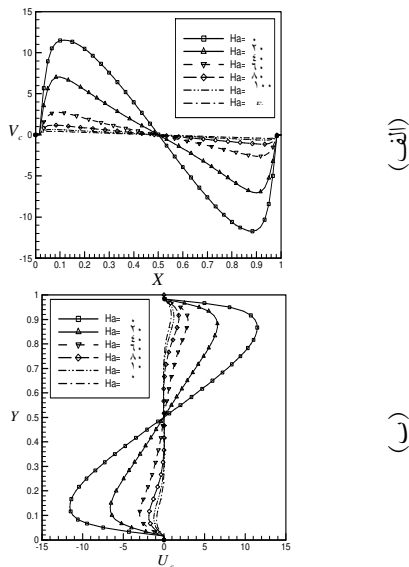
همچنین خطوط جریان و دما ثابت پس از رسیدن به شرایط دائم حاصل از کار حاضر با نتایج مرجع [۶] در دو عدد هارتمن ۰ و ۱۰۰ در شکل مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که تطابق بسیار خوبی بین نتایج برقرار است. لازم به ذکر است که نتایج گذرا برای هندسه مورد نظر در متون قبلی جهت مقایسه یافت نشد.



شکل ۳. خطوط جریان و خطوط دما ثابت؛ مقایسه بین نتایج حاضر و نتایج مرجع [۶] برای سیالی با $Gr = 2 \times 10^4$.

شکل ۵- الف تغییرات مؤلفه عمودی سرعت، V_e ، بر حسب X را روی خط میانی محفظه ($Y = 0.5$) و شکل ۵- ب تغییرات مؤلفه افقی سرعت، U_e ، بر حسب Y را روی خط میانی محفظه ($X = 0.5$) برای عدد رایلی 10^4 و اعداد هارتمن مختلف در حالت دائم نشان می‌دهد.

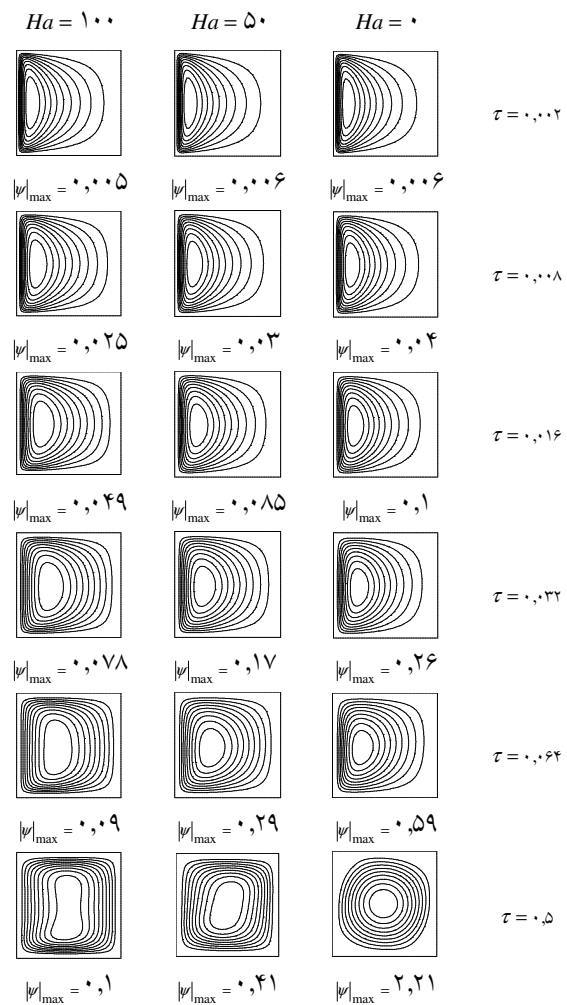
نکته‌ای که با مشاهده پروفیل‌های سرعت در شکل ۵ می‌توان به آن اشاره کرد این است که هرچه عدد هارتمن افزایش می‌یابد، قلّه سرعت که در نزدیکی دیواره وجود دارد کوتاه‌تر می‌شود که نشان از کاهش سرعت‌ها با افزایش عدد هارتمن دارد.



شکل ۵. الف) تغییرات مؤلفه عمودی سرعت بر حسب X (ب) تغییرات مؤلفه افقی سرعت بر حسب Y روی خط میانی محفظه برای عدد رایلی 10^4 و اعداد هارتمن مختلف.

با افزایش عدد رایلی به مقدار 10^5 همانطور که از شکل (۶) کاملاً مشخص است، در تمامی اعداد هارتمن مقدار ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان افزایش پیدا می‌کند. به‌طوریکه در عدد هارتمن صفر و در عدد رایلی 10^5 ، در شرایط

مشاهده می‌شود که $|w|_{max}$ از مقدار کم 0.006 در زمان $\tau = 0.002$ به مقدار $2/21$ در حالت دائم افزایش می‌یابد. در سایر اعداد هارتمن نیز روندی شبیه آنچه که در مورد عدد هارتمن صفر مشاهده گردید دیده می‌شود با این تفاوت که با افزایش عدد هارتمن در تمامی زمان‌ها ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان کاهش یافته و گردابه‌ها شکل محفظه را بخود می‌گیرند.



شکل ۴. تغییرات زمانی خطوط جریان در اعداد هارتمن مختلف و $Re = 10^4$.

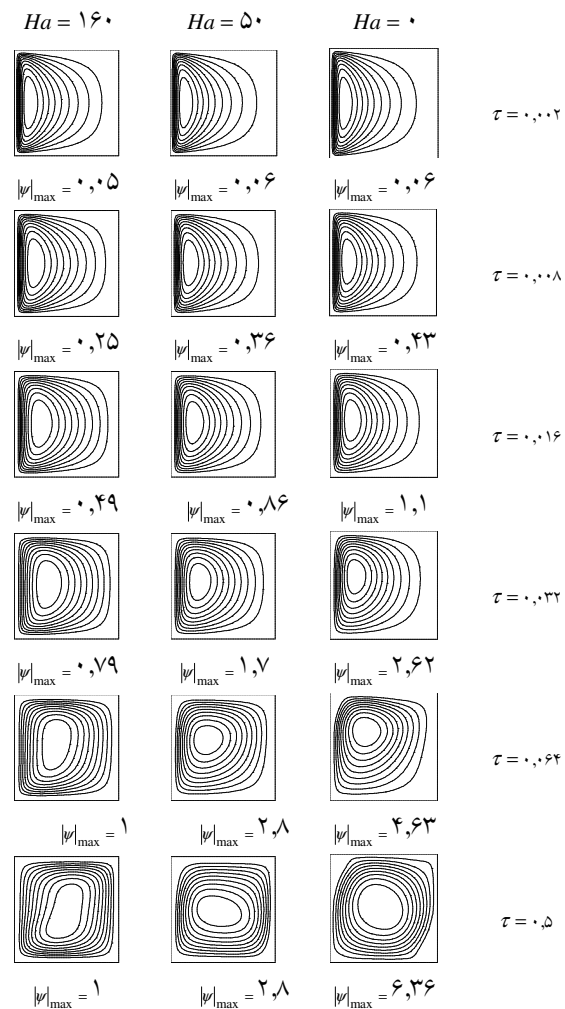
تغییرات خطوط جریان در عدد رایلی 10^6 نیز در شکل (۷) نشان داده شده است. مطابق با شکل به دلیل قدرت بسیار زیاد جابجائی در این عدد رایلی خطوط جریان در کنار دیوار گرم تراکم بالائی دارند. با افزایش عدد هارتمن مشاهده می‌گردد که این خطوط به سمت مرکز محفظه کشیده شده به‌طوری‌که در عدد هارتمن ۱۶۰ تقریباً محفظه را می‌پوشانند. همچنین مقدار $|\psi_{\max}|$ با افزایش عدد هارتمن کاهش یافته به‌طوری‌که در شرایط دائم این مقدار حدود ۶ برابر کاهش یافته است.

۲-۵. تأثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر خطوط دما ثابت

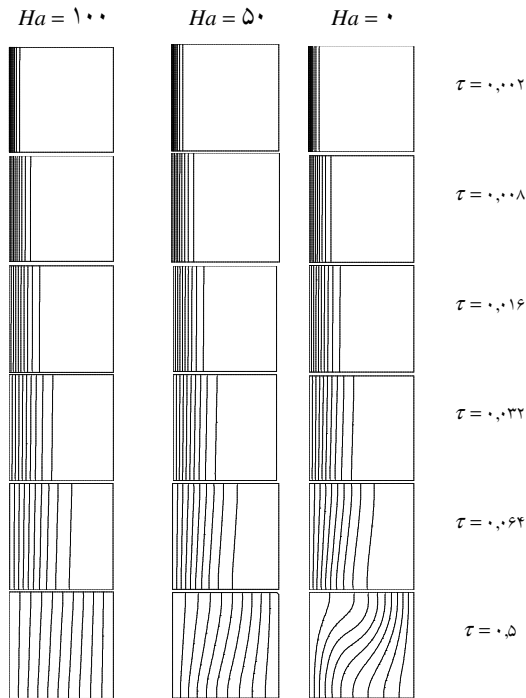
تغییرات خطوط دما ثابت نیز در عدد رایلی 10^4 و اعداد هارتمن مختلف در شکل ۸ نشان داده شده است. مطابق با شکل مشاهده می‌گردد که خطوط دما ثابت که در زمان‌های ابتدائی به‌واسطه‌ی گرادیان دمای ایجاد شده در کناره‌ی دیواره‌ی گرم تشکیل شده بودند با گذشت زمان در محفظه نفوذ پیدا کرده و به سمت دیوار سرد پیش می‌روند. مطابق با شکل در عدد هارتمن صفر و در کنار دیوار گرم، خطوط دما ثابت موازی دیواره‌های کناری، نشان دهنده‌ی هدایت خالص می‌باشند که با گذشت زمان تا حدود $\tau = 0.064$ و نفوذ حرارت به داخل محفظه، جابجائی تأثیر خود را اعمال کرده و با گذشت بیشتر زمان انحراف خطوط بیشتر و جابجائی سراسر محفظه را در بر گرفته و انتقال حرارت ترکیبی از هدایت و جابجائی می‌شود. با افزایش عدد هارتمن نقش جابجائی در محفظه کم‌رنگ می‌شود به‌طوری‌که در عدد هارتمن ۱۰۰ خطوط در تمامی زمان‌ها موازی دیوار گرم بوده و نشان دهنده‌ی هدایت خالص در محفظه می‌باشند.

دائم، در حدود سه برابر $|\psi_{\max}|$ در عدد رایلی 10^4 است. در این عدد رایلی نیز با گذشت زمان خطوط جریان که در ابتدا بدلیل گرادیان دمای ایجاد شده در کنار دیوار گرم تشکیل شده بودند بتدریج سراسر محفظه را در بر می‌گیرند.

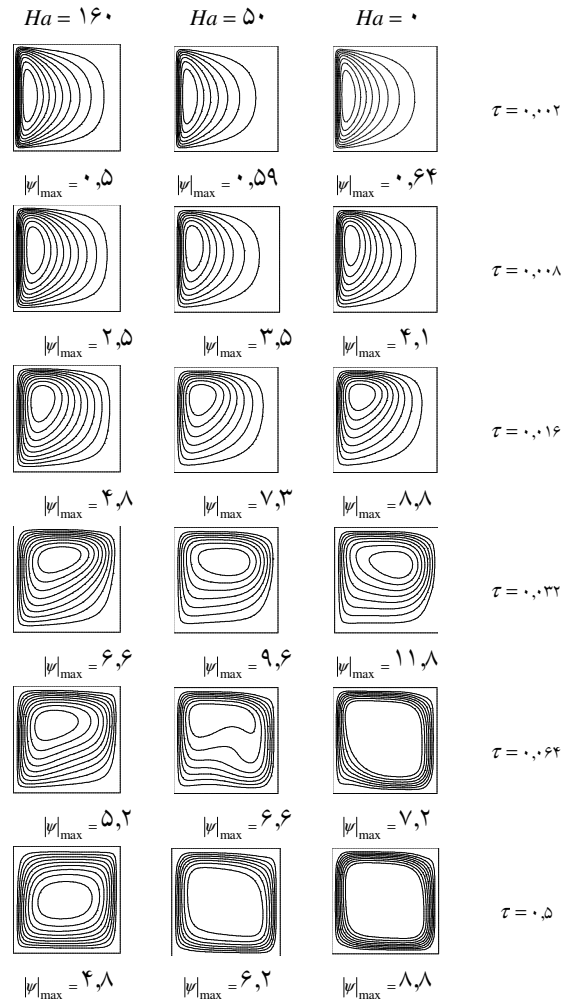
همچنین مطابق با شکل با افزایش عدد هارتمن جابجائی در داخل محفظه تضعیف می‌گردد، به‌طوری‌که خطوط جریان در سراسر محفظه تقریباً هم مرتبه شده و خطوط شکل محفظه را به خود می‌گیرند.



شکل ۶. تغییرات زمانی خطوط جریان در اعداد هارتمن مختلف و $Ra = 10^5$.



شکل ۸. تغییرات زمانی خطوط جریان در اعداد هارتمن مختلف و $Ra = 10^4$.

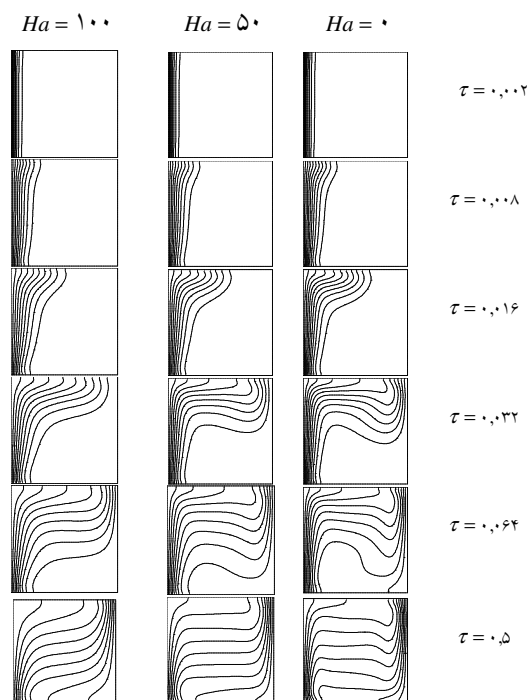


شکل ۷. تغییرات زمانی خطوط جریان در اعداد هارتمن مختلف و $Ra = 10^6$.

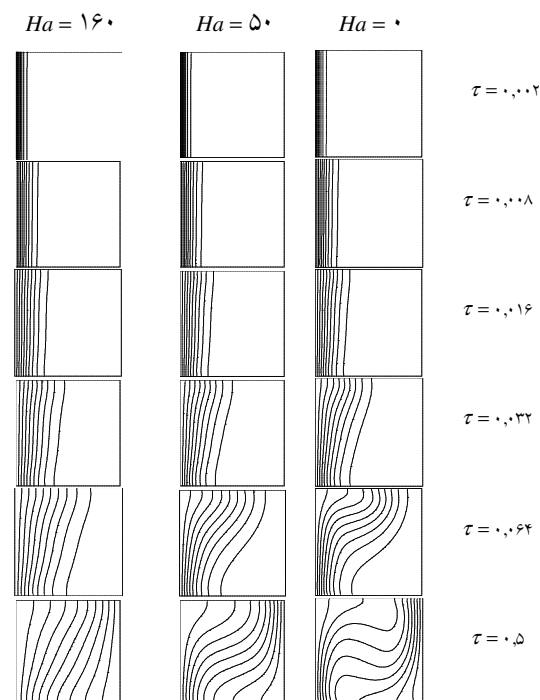
همچنین مشاهده می‌شود که پس از رسیدن به شرایط دائم ($\tau = 0/5$) در مرکز محفظه بدلیل قدرت جابجائی لایه بندی حرارتی ایجاد شده است که با افزایش عدد هارتمن از بین می‌رود و تأثیر جابجائی بر خطوط دما ثابت دیرتر رخ می‌دهد. اما همانطور که مشاهده می‌شود در این عدد رایلی بدلیل قدرت نیروی شناوری تا عدد هارتمن ۱۶۰ نیز خطوط دما ثابت کاملاً موازی دیواره‌های کناری نشده‌اند.

تغییرات خطوط دما ثابت با زمان در عدد رایلی 10^6 نیز در اعداد هارتمن مختلف در شکل ۱۰ نشان داده شده است مطابق با شکل به دلیل قدرت بیشتر جابجائی در عدد رایلی 10^6 جابجائی تأثیر خود را خیلی زود، در زمان $\tau = 0/0.08$ ، نسبت به سایر اعداد رایلی نشان می‌دهد.

خطوط دما ثابت در عدد رایلی 10^5 در شکل ۹ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد در تمامی اعداد هارتمن خطوط دما ثابت در مجاورت دیوار گرم تشکیل و با گذشت زمان به سمت دیوار سرد پیش می‌روند. به دلیل قدرت بیشتر جابجائی در عدد رایلی 10^5 جابجائی تأثیر خود را زودتر ($\tau = 0/0.16$) نسبت به عدد رایلی 10^4 نشان می‌دهد.



شکل ۱۰. تغییرات زمانی خطوط دما ثابت در اعداد هارتمن مختلف و $Ra = 10^6$.



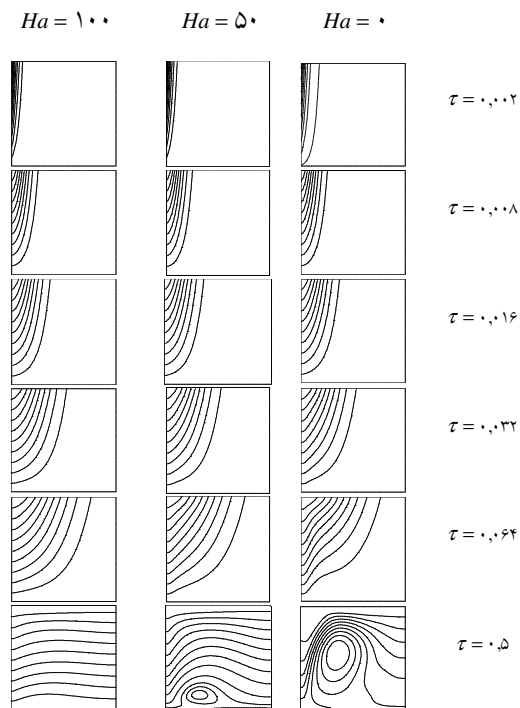
شکل ۹. تغییرات زمانی خطوط دما ثابت در اعداد هارتمن مختلف و $Ra = 10^5$.

۳-۵. تأثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر خطوط گرما

برای درک بهتر خطوط گرما در ابتدا این خطوط به صورت مختصر توضیح داده می‌شود. در مسائل انتقال حرارت جابجایی، انتقال انرژی به صورت ترکیبی از نفوذ گرما و شار آنتالپی می‌باشد. برای چنین میدان جریانی بیژن [۱۵] تابع جدیدی به نام تابع گرما تعریف کرد به گونه‌ای که شار کل انرژی (نفوذ گرما و شار آنتالپی) در امتداد عمود بر خطوط گرما ثابت برابر صفر باشد.

در حقیقت می‌توان گفت همانطور که خطوط جریان روشی مناسب برای نمایش حرکت سیال در حالت دو بعدی

همچنین همانطور که مشاهده می‌شود بدلیل قدرت زیاد جابجایی در زمان‌های بیشتر از $\tau = 0.32$ لایه بندی حرارتی در بالای محفظه تشکیل شده و با گذشت زمان در محفظه پیش می‌رود. با افزایش عدد هارتمن تأثیر جابجایی در خطوط جریان دیرتر اتفاق افتاده و لایه بندی حرارتی ایجاد شده در مرکز محفظه از بین می‌رود اما همانطور که مشاهده شده است در این عدد رایلی نیز بدلیل قدرت نیروی شناوری تا عدد هارتمن ۱۶۰ هنوز ترکیبی از انتقال حرارت به شیوه‌ی هدایت و جابجایی در محفظه برقرار است و جابجایی هنوز کاملاً تضعیف نشده است.



شکل ۱۱. تغییرات زمانی خطوط گرما در اعداد هارتمن مختلف و $Ra = 10^4$.

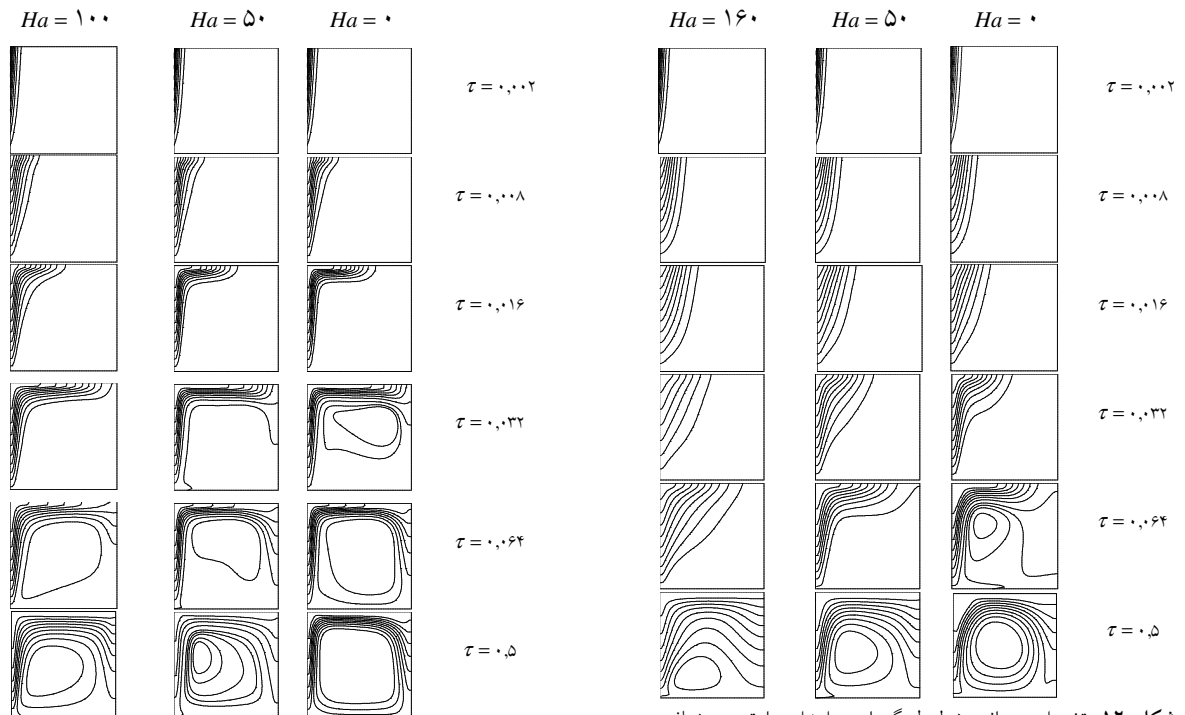
با افزایش عدد هارتمن تا عدد هارتمن ۱۶۰ از انحراف خطوط کم می‌شود اما همچنان خطوط کاملاً موازی خطوط عایق حاصل نمی‌گردد.

تغییرات زمانی خطوط گرما با زمان نیز در اعداد هارتمن مختلف و عدد رایلی 10^6 در شکل (۱۳) نشان داده شده است. در این عدد رایلی نیز همانند عدد رایلی 10^5 خطوط گرما که در کنار دیوار گرم تشکیل شده‌اند بتدریج محفظه را می‌پوشانند. در این عدد رایلی بدلیل قدرت بیشتر جابجائی، خطوط زودتر، در طی زمان، منحرف می‌شوند. با افزایش عدد هارتمن تا عدد هارتمن ۱۶۰، همسو با خطوط دما ثابت خطوط گرما نشان دهنده‌ی تاثیر بالای جابجائی در انتقال حرارت در داخل محفظه می‌باشد.

می‌باشد، خطوط گرما نیز روشی مناسب برای نمایش نحوه انتقال حرارت در فرآیندهای انتقال حرارت جابجایی در حالت دو بعدی می‌باشد، زیرا این خطوط مسیر انتقال گرما را نشان می‌دهند.

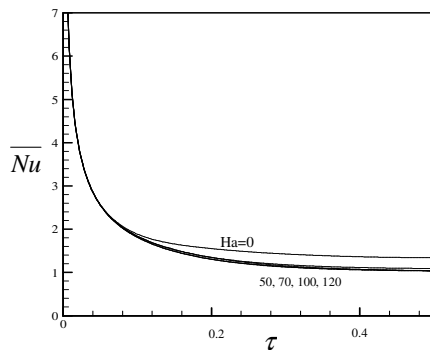
تغییرات خطوط گرما نیز در اعداد هارتمن مختلف و عدد رایلی 10^4 در شکل ۱۱ نشان داده شده است. مطابق با شکل مشاهده می‌گردد که خطوط گرما که در زمان‌های ابتدائی در کناره‌ی دیواره‌ی گرم تشکیل شده بودند با گذشت زمان در محفظه نفوذ پیدا کرده و شکل واقعی خود را پیدا می‌کنند. همانطور که در شکل نیز مشاهده می‌شود، در تمامی اعداد هارتمن با گذشت زمان خطوط گرما به صورت منحنی‌های بسته در مرکز محفظه شکل گرفته‌اند که بیانگر چرخش حرارت در این ناحیه می‌باشد. در حقیقت این هسته چرخشی نشان دهنده وجود هر دو مکانیزم انتقال حرارت جابجایی و هدایت می‌باشد.

همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش عدد هارتمن، هسته مرکزی موجود در محفظه بتدریج کوچکتر شده و به واسطه آن از تراکم و انحنای خطوط گرما کم می‌شود و در نهایت در عدد هارتمن ۱۰۰ این هسته کاملاً از بین می‌رود و خطوط گرما تقریباً موازی دیواره‌های عایق و عمود بر خطوط دما ثابت تشکیل می‌شوند که بیانگر غالب شدن هدایت درون محفظه می‌باشد. تغییرات زمانی خطوط گرما با زمان در عدد رایلی 10^5 نیز در اعداد هارتمن مختلف در شکل (۱۲) نشان داده شده است. در این عدد رایلی نیز همانند عدد رایلی 10^4 خطوط گرما که در کنار دیوار گرم تشکیل شده‌اند بتدریج محفظه را می‌پوشانند. در این عدد رایلی بدلیل قدرت بیشتر جابجائی، خطوط زودتر، در طی زمان، منحرف می‌شوند.



شکل ۱۲. تغییرات زمانی خطوط گرما در اعداد هارتمن مختلف و $Ra = 10^6$.

شکل ۱۳. تغییرات زمانی خطوط گرما در اعداد هارتمن مختلف و $Ra = 10^6$.



شکل ۱۴. تاثیر افزایش Ha بر تغییرات زمانی عدد ناسلت متوسط در $Ra = 10^4$.

۴-۵. تاثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بر عدد ناسلت

متوسط

همچنین تغییرات عدد ناسلت متوسط به عنوان معیاری از انتقال حرارت در داخل محفظه در اعداد هارتمن مختلف و عدد رایلی 10^4 در شکل (۱۴) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد در زمان‌های ابتدایی به واسطه‌ی گرادیان دمای زیاد ایجاد شده در کنار دیوار گرم مقدار عدد ناسلت بسیار زیاد است که این مقدار پس از نفوذ حرارت در طی زمان، به داخل محفظه کاهش، و به مقدار ثابتی میل می‌کند. مطابق با شکل با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر جریان جابجایی آزاد و میدان دما در حالت گذرا و آرام درون یک محفظه مربعی با دیواره‌های جانبی دما ثابت حاوی سیالی با عدد پرانتل $0.7/0.2$ پرداخته شد.

با توجه به نتایج ارائه شده مشاهده شد که:

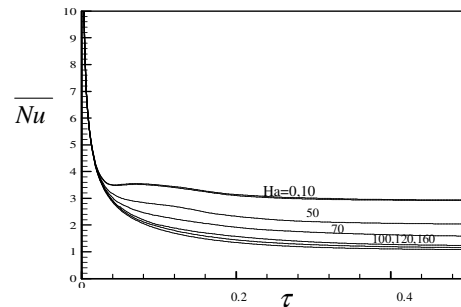
۱. در اعداد رایلی 10^5 و 10^6 با اعمال یک میدان مغناطیسی مناسب می‌توان جابجایی آزاد، که در لحظه‌های ابتدایی در داخل محفظه ایجاد شده است را تا حد قابل قبولی تضعیف نمود.

۲. با افزایش عدد هارتمن، به‌خاطر تقابل نیروی لورنتز با نیروی شناوری، در تمامی زمان‌ها از مقادیر سرعت درون محفظه کاسته شده و در نتیجه ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد هارتمن، نرخ انتقال حرارت کلی بین دیواره‌های گرم و سرد محفظه کاهش یافته و جابجایی آزاد تضعیف می‌شود و با اعمال یک میدان مغناطیسی مناسب می‌توان جابجایی آزاد را از بین برده و به سمت هدایت خالص ($\overline{Nu} = 1$) پیش رفت.

۳. در تمامی اعداد رایلی در زمان‌های ابتدایی و عدد هارتمن صفر خطوط جریان به‌صورت گردابه در کنار دیواره‌ی گرم تشکیل می‌شوند. مرکز این گردابه‌ها با گذشت زمان به سمت مرکز محفظه حرکت می‌کند و با افزایش عدد هارتمن شکل محفظه را به خود می‌گیرند.

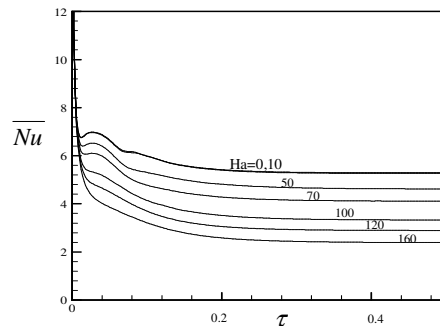
۴. خطوط دما ثابت در تمامی اعداد رایلی در زمان‌های ابتدایی نشان دهنده‌ی انتقال حرارت به شیوه‌ی هدایت در مجاورت دیوار گرم می‌باشند. با گذشت زمان این خطوط در سراسر محفظه نفوذ پیدا کرده و تحت تأثیر جابجایی دارای انحنا می‌شوند.

تغییرات عدد ناسلت متوسط در اعداد هارتمن مختلف و عدد رایلی 10^5 در شکل (۱۵) نشان داده شده است. مطابق با شکل همانند عدد رایلی 10^4 عدد ناسلت از مقدار زیاد اولیه با گذشت زمان کاهش یافته و به عدد ثابتی میل می‌کند. با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت به مقدار کمتری در تمامی زمان‌ها میل می‌کند.



شکل ۱۵. تأثیر افزایش Ha بر تغییرات زمانی عدد ناسلت متوسط در $Ra = 10^5$.

همچنین تغییرات عدد ناسلت متوسط در اعداد هارتمن مختلف و عدد رایلی 10^6 در شکل (۱۶) نشان داده شده است. مطابق با شکل همانند سایر اعداد رایلی عدد ناسلت از مقدار زیاد اولیه در طی زمان کاهش یافته و به عدد ثابتی میل می‌کند و با افزایش عدد هارتمن مقادیر عدد ناسلت به مقدار کمتری میل می‌کند.



شکل ۱۶. تأثیر افزایش Ha بر تغییرات زمانی عدد ناسلت متوسط در $Ra = 10^6$.

J	چگالی جریان الکتریکی	۵. خطوط دما ثابت در عدد رایلی 10^4 با اعمال میدان
k	ضریب انتقال حرارت هدایتی	مغناطیسی به بزرگی ۵۰ در تمامی زمانها موازی
L	پهنای محفظه	دیواره‌های دما ثابت شده و در طی فرآیند هدایت
ℓ	طول مشخصه	خالص تنها شیوهی انتقال حرارت در داخل محفظه
Nu_y	عدد ناسلت موضعی بر روی دیواره گرم	می‌گردد. اما در سایر اعداد رایلی برای تضعیف
\overline{Nu}	عدد ناسلت متوسط	جابجایی هم به میدان‌های مغناطیسی قوی‌تری در
Pr	عدد پرانتل	حدود ۱۶۰ احتیاج است.
p	فشار	۶. در تمامی اعداد رایلی با گذشت زمان خطوط گرما که
P	فشار بی بعد	در کنار دیوار گرم تشکیل می‌شوند به صورت
Re_m	عدد رینولدز مغناطیسی	منحنی‌های بسته سراسر محفظه را در بر می‌گیرند.
Ra	عدد رایلی	مرکز این گردابه‌ها با افزایش عدد هارتمن به سمت
T	دما	دیوار عایق پائینی حرکت می‌کند و منحنی‌های گرما
T_h	دمای دیواره گرم	موازی دیوارهای عایق می‌شوند.
T_c	دمای دیواره سرد	۷. عدد ناسلت متوسط در ابتدای فرآیند در تمامی اعداد
u, v	مؤلفه سرعت در جهت x و y	رایلی و هارتمن، از یک مقدار بسیار زیاد شروع
	مؤلفه سرعت بی بعد	می‌شود و در طی گذشت زمان کاهش یافته تا اینکه در
U, V	در جهت X و Y	مقدار معینی ثابت می‌شود. مشاهده شده است که با
U_c, V_c	مؤلفه سرعت بی بعد در جهت X و Y	افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت متوسط کاهش
	روی خط میانی محفظه	می‌یابد.
x, y	مختصات با بعد	
X, Y	مختصات بی بعد	
	حروف یونانی	
τ	زمان بدون بعد	B_0 میدان مغناطیسی اعمالی
σ	ضریب هدایت الکتریکی سیال	b میدان مغناطیسی القایی
μ_0	ضریب نفوذ پذیری فضای آزاد	F نیروی لورنتز
ρ	دانسیته	g شتاب ثقل
β	ضریب انبساط حرارتی حجمی سیال	Gr عدد گرافش
μ	لزجت دینامیکی	H تابع گرمای بدون بعد
α	ضریب پخش حرارتی	Ha عدد هارتمن
Φ	پتانسیل الکتریکی	h ضریب انتقال حرارت جابجایی موضعی

فهرست علائم اختصاری

- magnetic field”, *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow*, Vol. 8 (1998) 651-672.
8. B. Xu, B.Q. Li, D.E. Stock, and N., Nithyadevi, “An experimental study of thermally induced convection of molten gallium in magnetic fields”, *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49 (2006) 2009-2019.
 9. C. E. Mehmet and. B., Elif “Natural convection flow under a magnetic field in an inclined square enclosure differentially heated on adjacent walls”, *Meccanica*, Vol. 42 (2007) 435-449.
 10. M. A. Teamah., “Numerical simulation of double diffusive natural convection in rectangular enclosure in the presences of magnetic field and heat source”, *Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47 (2008) 237-248.
 11. M. Pirmohamami, M. Gasemi, G. A. Sheikhzadeh, “Effect of a magnetic field on buoyancy-driven convection in differentially heated square cavity”, *Ieee Tranctions on Magnetic*, Vol. 45, No. 1, January 2009.
۱۲. شیخ زاده، ق.ع، بابائی، م. ر، رحمانی، و.، و پیرمحمدی، م.، “بررسی تأثیر اعمال میدان مغناطیسی بر میدان دما و انتقال حرارت در یک محفظه دوبعدی”، دانشگاه کاشان، *مقاله نامه کنفرانس سالانه فیزیک ایران*، (۱۳۸۷) ۱۲۵-۱۲۲.
13. Y. L. Gao, Q. S., LiGong, and, Q.J., Zhai “Comparative study on structural transformation of low-melting pure Al and high-melting stainless steel under external pulsed magnetic field”, *Materials Letters*, (2007) 4011-4014.
۱۴. رحمانی، و.، “بررسی عددی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی بر جریان جایجایی آزاد و انتقال حرارت در یک حفره دو بعدی در حالت گذرا”، *پایان نامه کارشناسی ارشد*، دانشگاه کاشان، دانشکده مهندسی، ۱۳۸۷.
15. A. Bejan “Convection heat transfer”, Wiley publisher, New York, 1984.
 16. S. V. Patankar, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, McGraw-Hill, Washington, DC, 1980.

 θ

دمای بی بعد

 ψ

تابع جریان

 ∇

اپراتور دل

 ∇^2

اپراتور لاپلاسین

مراجع

1. T. Basak, S. Roy, and A.R. Balakrishnan., “Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity”, *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49 (2006) 4525-4535.
2. N. Nithyadevi, P. Kandaswamy, and S. Sivasankaran., “Natural convection in a square cavity with partially active vertical walls: Time-periodic boundary condition”, *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering*, Article ID 23425 (2006) 1-16.
3. Q. Hong Deng., “Fluid flow and heat transfer characteristics of natural convection in square cavities due to discrete source-sink pairs”, *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51 (2008) 5949-5957.
4. P. A Davidson, “An introduction to Magnetohydrodynamic”, *Cambridge university press* (2001) 3-24.
5. G. M. Oreper, and, J Szekely, “The effect of an externally imposed magnetic field on buoyancy driven flow in a rectangular cavity”, *Journal of Crystal Growth*, Vol. 64 (1983) 505-15.
6. N. Rudraiah, R.M., Barron, M. Venkatachalappa, and, C.K., Subbaraya, “Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure”, *Int. J. Engng Sci.*, Vol. 33 No.8 (1995) 1075-84.
7. N. M. Al-Najem, K.M. Khanafer, and, M.M. El-Refaei “Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse